

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. ЛОМОНОСОВА

Физический факультет.

Курсовая работа

Использование параллельных вычислений для анализа
полей многоэлементных ультразвуковых фазированных
решёток.

Работу выполнил: Заворотный А.Ю.

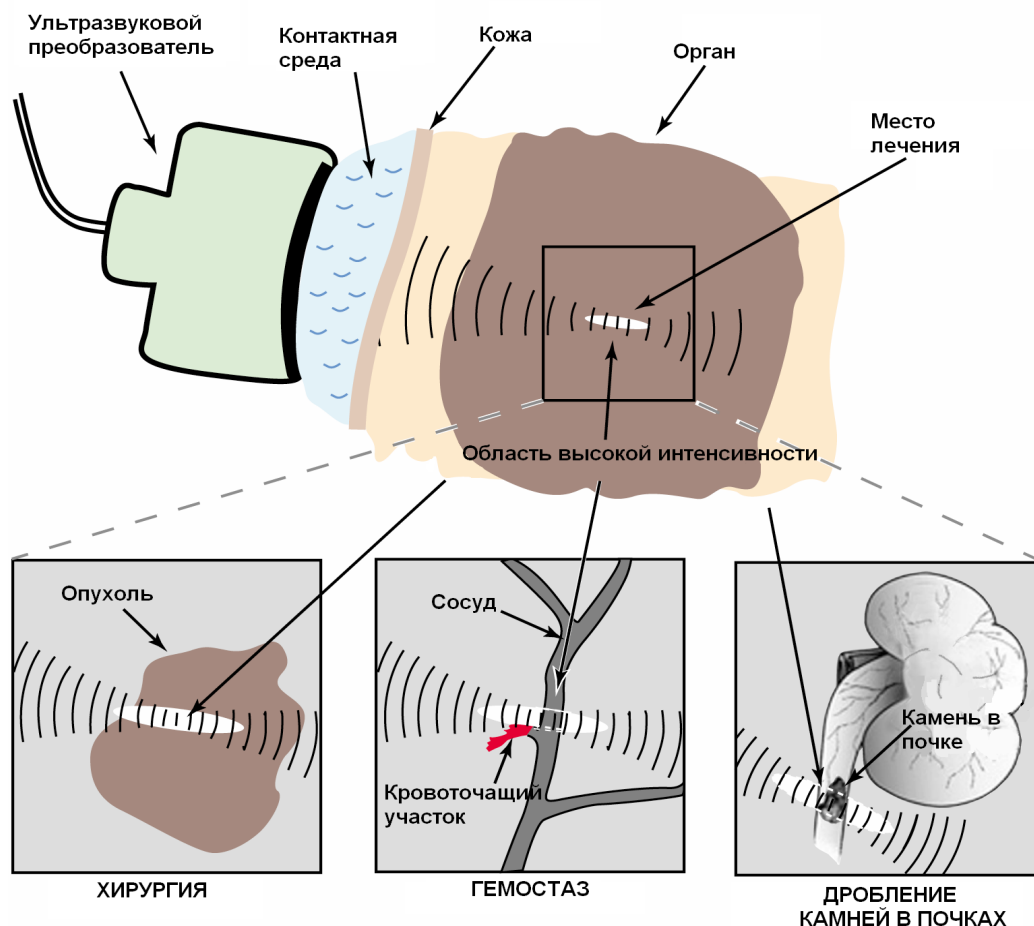
Научный руководитель: д.ф-м.н., Хохлова В.А.

Москва, 2016.

В настоящей работе для решения задач построения и анализа поля многоэлементных фазированных акустических решёток были применены параллельные вычисления. В построении модели существенную роль имеет приближение дальнего поля. Разработанная для этих целей программа использует стандарт OpenMP, однако реализация не привязана к общности памяти. Приведено теоретическое обоснование метода, анализ результатов работы программы, а также анализ быстродействия алгоритма.

Введение.

Высокоинтенсивный фокусированный ультразвук находит широкое применение в медицине. Вот несколько примеров: разрушение опухолей, лечение глаукомы, остановка кровотечений, разрушение камней в почках, воздействие на ткани мозга.



Интерес к фокусированному ультразвуку не случаен. Основная его ценность для медицины заключается в неинвазивности воздействия, таким образом, множество проблем, связанных с заражением тканей извне и с восстановлением после хирургического вмешательства исключаются.

Изначально для создания фокусированного ультразвука применялись так называемые одноэлементные фокусирующие излучатели. Наличие фокуса у таких устройств обеспечивает форма их излучающей поверхности, представляющая собой сегмент сферы. Недостатки таких устройств заключаются в необходимости механического перемещения для смещения фокуса, наличии только одного фокуса на каждое устройство и невозможности излучения выборочно с различных участков поверхности, что особенно значимо при работе с областями, расположенными за препятствиями, в силу недопустимо большого тепловыделения на них. (Последняя ситуация реализуется при попытке облучения участков ткани за грудной клеткой).

Этих недостатков лишены фазированные акустические решётки, позволяющие перемещать фокус электронным методом.

Существуют, однако, ограничения в перемещении фокуса, связанные с появлением побочных эффектов. Таких побочных эффектов два:

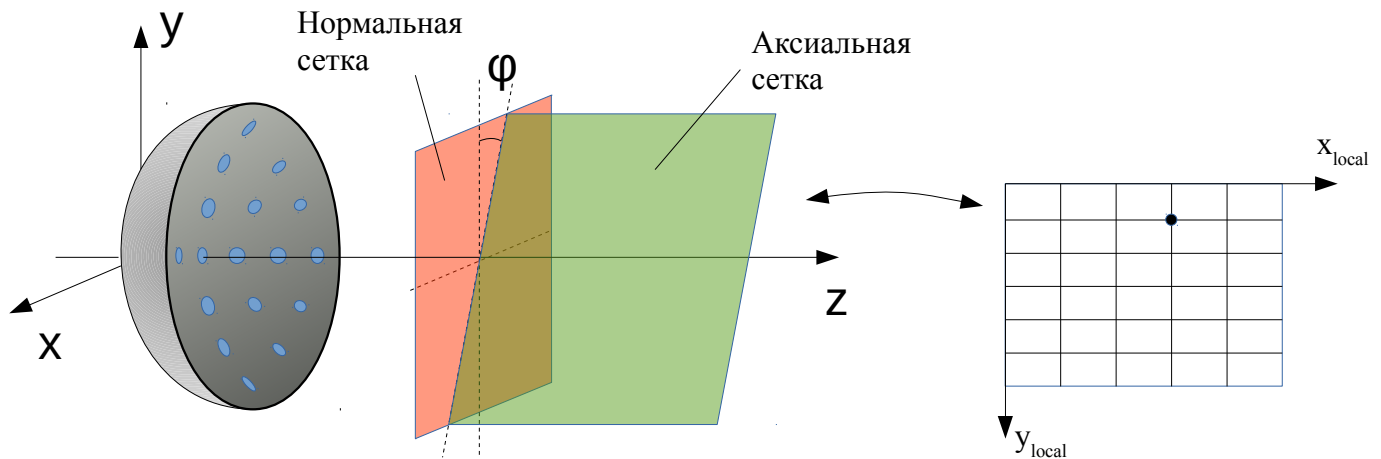
1. Уменьшение амплитуды в точке электронного фокуса (будем называть такую точку *главным максимумом* поля);

2. Появление точек с амплитудой давления, сравнимой с амплитудой в главном максимуме (такие точки будем называть *побочными максимумами* поля).

Именно для анализа величины этих эффектов и, как следствие, выявления допустимых областей перемещения фокуса и интересно моделировать поле.

Постановка задачи.

Поставим задачу следующим образом: имеется жидкая однородная среда с известной скоростью распространения звука. В ней находится сегмент сферы, на котором некоторым известным образом расположены малые поршневые излучатели. Задана т.н. *координатная сетка* – плоскость, содержащая конечное количество узлов, расположенных периодически, на которой заданы локальные двумерные декартовы координаты. (В общем случае сетка расположена произвольным образом. В данной работе использовались две наиболее практически важные группы: *аксиальные* и *нормальные* сетки).



Необходимые для полноты исследования поля действия:

1. Назначая разность фаз испускаемых каждым элементом волн и перемещая таким образом электронный фокус, иметь возможность рассчитывать поле (здесь и далее имеется в виду амплитуда давления) на некоторой координатной сетке. Итогом является распределение поля по сетке;
2. Перемещая фокус по координатной сетке, измерять поле в главном максимуме. Итогом является распределение величины главного максимума по сетке;
3. Перемещая фокус по одной координатной сетке (будем называть её *фокусной сеткой*), измерять поле по другой сетке (будем называть её *наблюдаемой сеткой*). Итогом является распределение отношения величины самого большого побочного максимума к

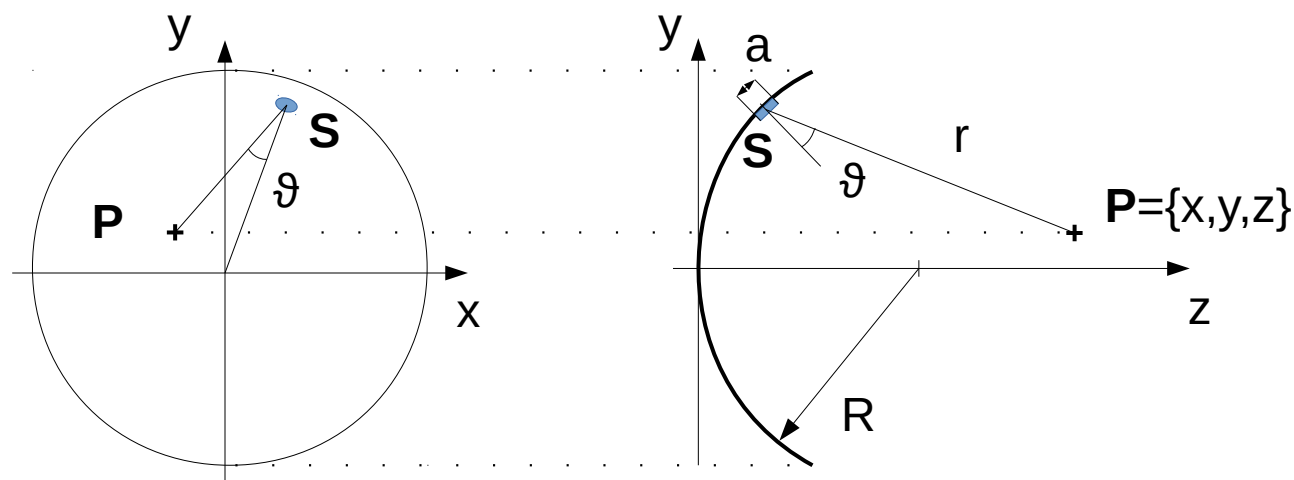
величине главного максимума (оба измеряются на наблюдаемой сетке) для каждого положения фокуса на фокусной сетке по фокусной сетке.

Математическая модель.

Поле одного поршневого элемента задаётся интегралом Релея:

$$p_i(\vec{r}, t) = \frac{-i\omega\rho_0 e^{-i\omega t}}{2\pi} \int_S \frac{v_n(\vec{u}') e^{ikR}}{u} dS;$$

где: ρ_0 – плотность среды, ω – угловая частота колебаний, S – поверхность излучателя, v_n – скорость колебаний поверхности излучателя, u – расстояние от точки на излучателе до точки наблюдения поля.



$$u = \sqrt{(\rho \cos \psi - y)^2 + z^2};$$

где ρ, ψ – цилиндрические координаты в СК решётки:
(здесь и далее: СК – Система Координат)

$$z = r \cos(\vartheta); y = r \sin(\vartheta);$$

Где r – расстояние от центра излучателя S до точки наблюдения P .

Тогда, в приближении дальней зоны $(z_R = \pi \frac{a^2}{\lambda} = \frac{ka^2}{2} \ll u)$, где a – радиус элемента, k – волновое число, λ – длина волны: $\cos \psi \approx 0$, и:

$$u = r \sqrt{\frac{\rho^2}{r^2} \cos^2 \psi + 1} - 2 \frac{\rho}{r} \sin \vartheta \cos \psi \simeq r - \rho \sin \vartheta \cos \psi$$

Тогда:

$$p = \frac{-i \omega v_n \rho_0 e^{-i \omega t + i k r}}{2 \pi r} \int_0^a \rho d\rho \int_0^{2\pi} e^{-i k \rho \sin \vartheta \cos \psi} d\psi;$$

$$p = \frac{-i \omega v_n \rho_0 e^{-i \omega t + i k r}}{r} \int_0^a \rho J_0(k \rho \sin \vartheta) d\rho; J_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i x \cos \psi} d\psi;$$

$$p = \frac{-i \omega v_n \rho_0 e^{-i(\omega t - k r)}}{r k \sin \vartheta} a J_1(k a \sin \vartheta) = \frac{-i p_0 e^{i k r}}{r} \frac{a^2}{2} \frac{2 J_1(k a \sin(\vartheta))}{k a \sin(\vartheta)};$$

Где J_1 – функция Бесселя 1-го порядка.

а угол ϑ может быть найден, используя теорему косинусов:

$$\vartheta = \arccos\left(\frac{r^2 + 2 R z - (x^2 + y^2 + z^2)}{2 r R}\right);$$

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}.$$

Поле от множества элементов рассчитывается как сумма:

$$P(\vec{r}, t) = \sum_i p_i(\vec{r}, t);$$

Настройка фокуса происходит следующим образом:

$$\Delta \phi_i = r_i k \text{ – разность фаз для } i\text{-го элемента.}$$

Описание алгоритма работы программы.

Математическая модель предоставила нам функции расчёта поля в заданной точке. Сам собой напрашивается методика распараллеливания вычислений – разделение сетки на малые, и независимый расчёт каждым потоком на них. Более полная схема работы, с точки зрения потока-диспетчера:

I. При расчёте поля на сетке:

1. Сбор начальных данных, формирование фазированной решётки, рассылка параметров эксперимента (скорость звука, частота и пр.) и многоэлементной решётки по потокам.
2. Задание сетки. Разделение сетки на малые, отправка малых сеток потокам.
3. Расчёт каждым потоком поля на сетке:
 - 1) Выбор узла сетки, получение его глобальных координат $\{x, y, z\}$.
(а не в локальной СК сетки)
 - 2) Получение его координат в локальной СК каждого элемента, получение вклада каждого элемента.
 - 3) Суммирование вкладов всех элементов.
4. Приём распределений поля по малым сеткам, их объединение.
5. Вывод в файл.

II. При анализе уменьшения амплитуды главного максимума (будем в дальнейшем называть его анализ-1): То же, что в II, но перенос фокуса в точку расчёта каждый раз.

III. При анализе силы побочных максимумов (назовём это анализ-2):

1. Сбор начальных данных, формирование фазированной решётки, рассылка параметров эксперимента (скорость звука, частота и пр.) и многоэлементной решётки по потокам.
2. Задание сетки фокуса и сетки наблюдения. Разделение и рассылка сетки фокуса, копирование и рассылка сетки наблюдения по потокам.
3. Расчёт каждым потоком анализа-2:
 - 1) Для каждого узла на полученной сетке фокуса вычисление поля на сетке наблюдения.
 - 2) Отыскание из точек на сетке наблюдения, не являющихся фокусом (в зависимости от задания двух сеток, совпадения могут произойти или не произойти) точки, обладающей максимальной амплитудой, определение соотношения амплитуд давления в этой точке и в фокусе.
 - 3) Запись распределения таких соотношений по локальной сетке фокуса.
4. Приём сеток фокуса от потоков, их объединение.
5. Вывод в файл.

Примечания:

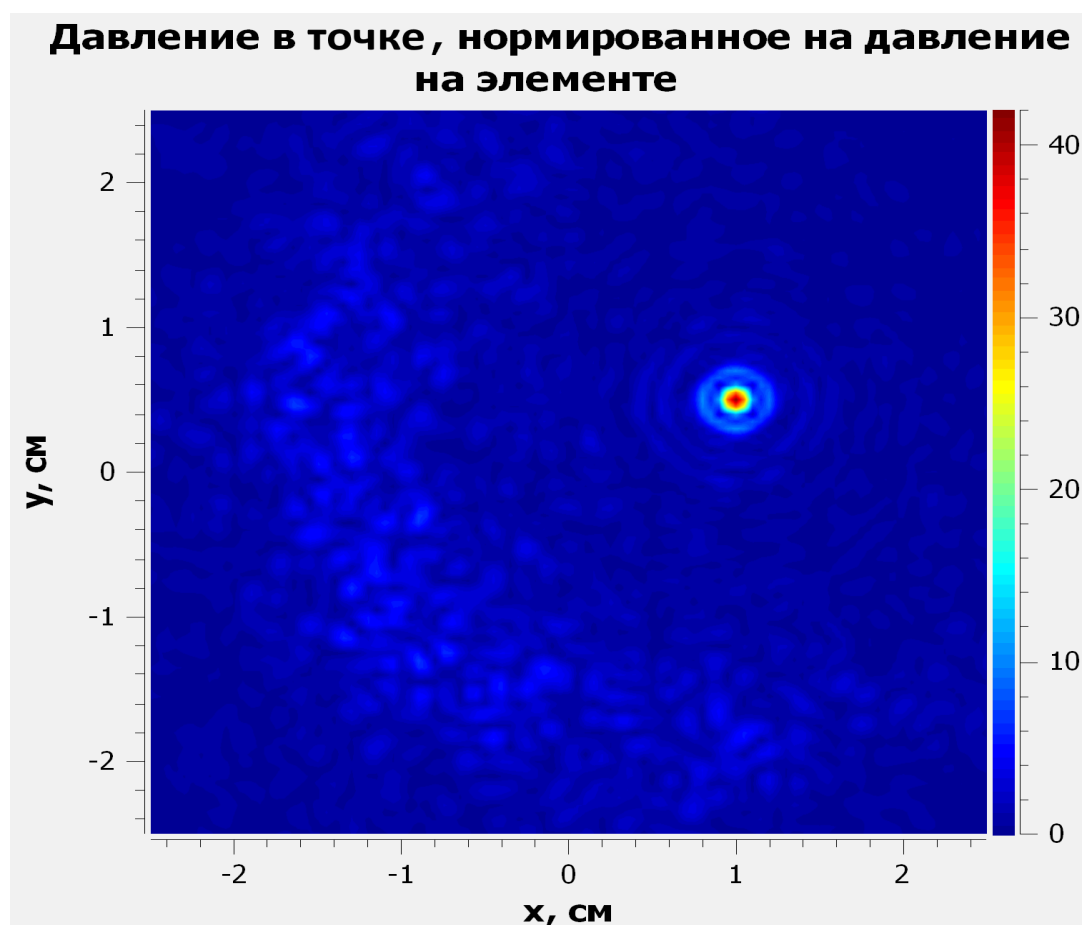
- Очевидно, III требует больше всего операций для исполнения.
- В системах с общей памятью пересылка отсутствует, однако она была включена сюда для демонстрации принципиальной возможности развернуть тот же алгоритм, что и использовался в программе, на кластерных системах или суперкомпьютерах.
- Алгоритм анализа-2 может быть существенно ускорен, см. Дополнение.

Результаты.

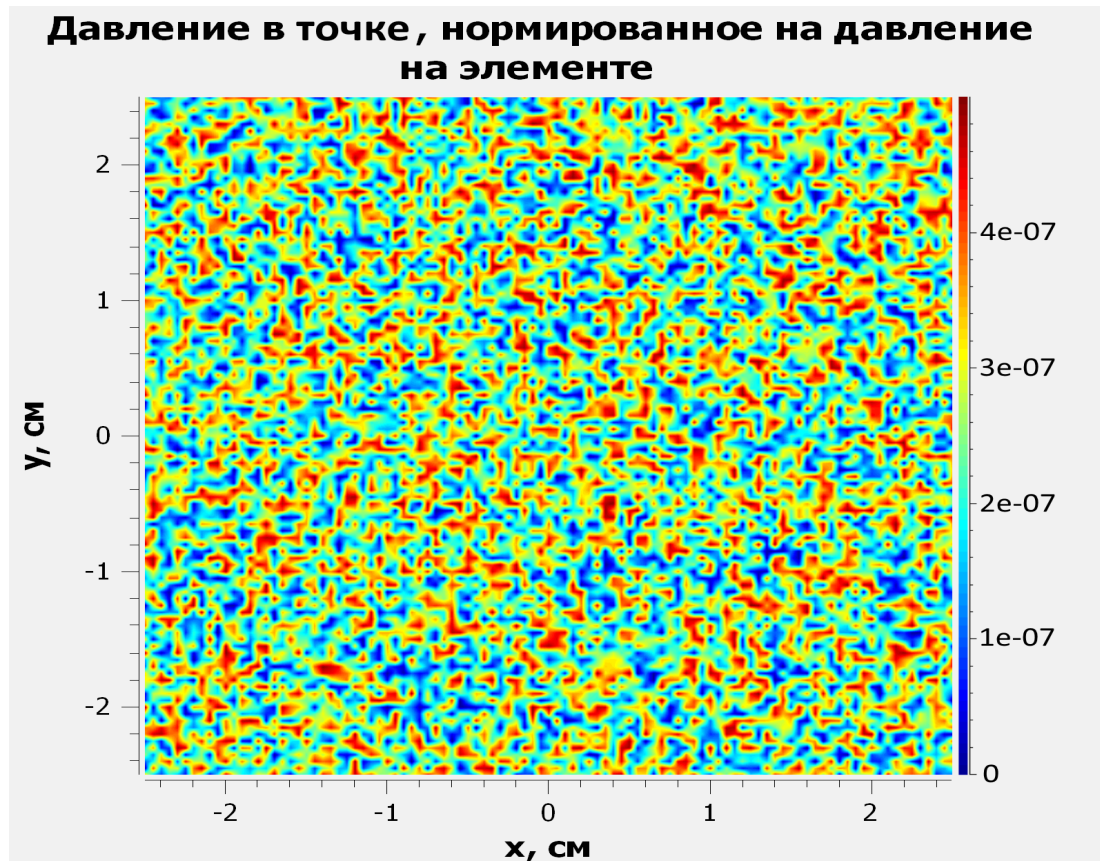
Для начала, проведём сравнение результатов с выводом аналогичной программой, написанной сотрудниками кафедры акустики Физического факультета МГУ – «T-Array», для подтверждения правильности расчётов поля:

(Примечание: здесь и далее программа, разработанная в рамках данной работы, будет именоваться «ParallelSound»)

Расчёт поля (фокус в точке $\{1\text{см}; 0,5\text{см}; 13\text{см}\}$):



Сравнение с T-Array:



Легко видеть, что разница неструктурирована, и носит шумовой характер, из чего делаем предположение, что она вызвана машинной точностью чисел и работой округления, наложенными на малые различия в алгоритмах.

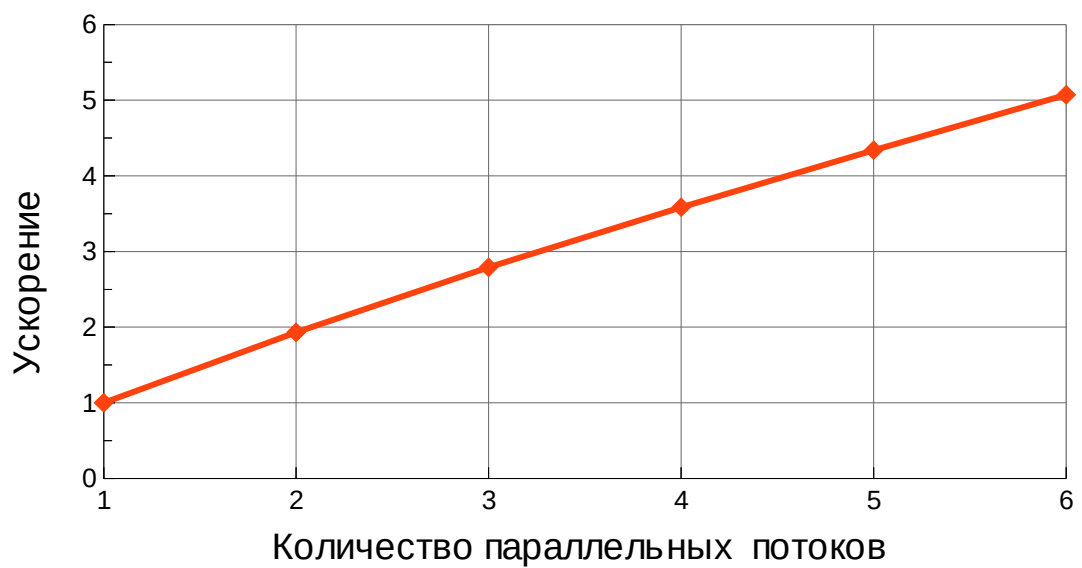
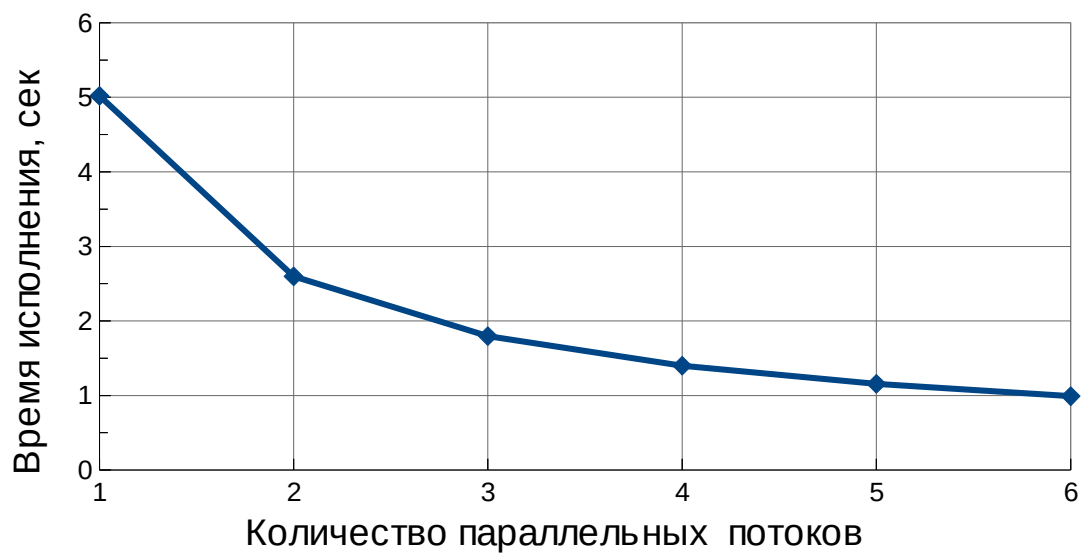
Таким образом, расчёт проводится верно.

(Примечание: большее количество сравнений результатов для различных положений фокуса приведено в Дополнении-2)

Проведём анализ зависимости времени расчётов, т.н. ускорения (отношения времени исполнения на одном потоке к исполнению на p потоках) от количества параллельных потоков, а также вычислим степень параллельности алгоритмов, в приближении закона Амдала:

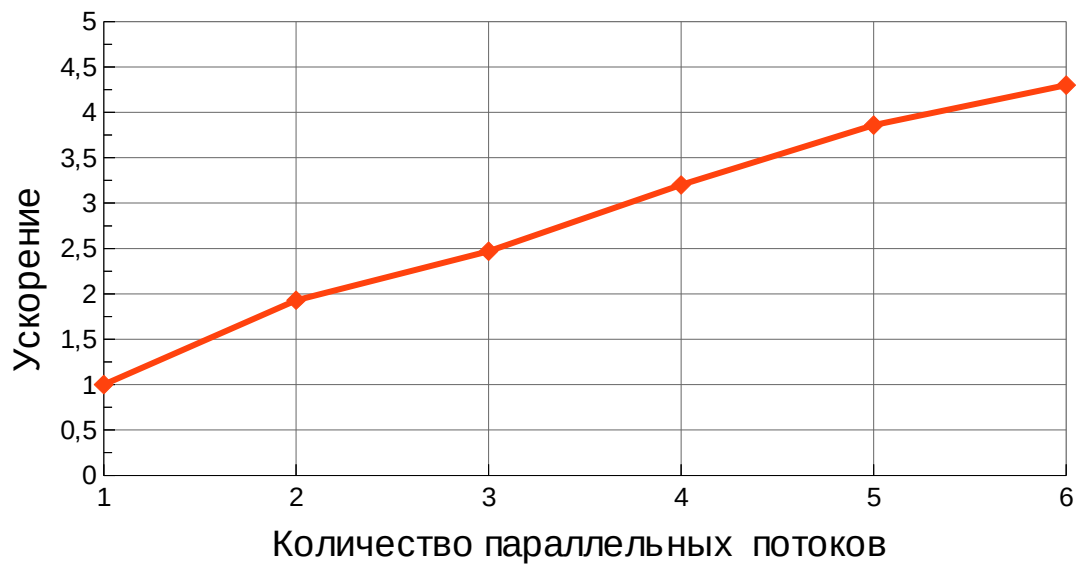
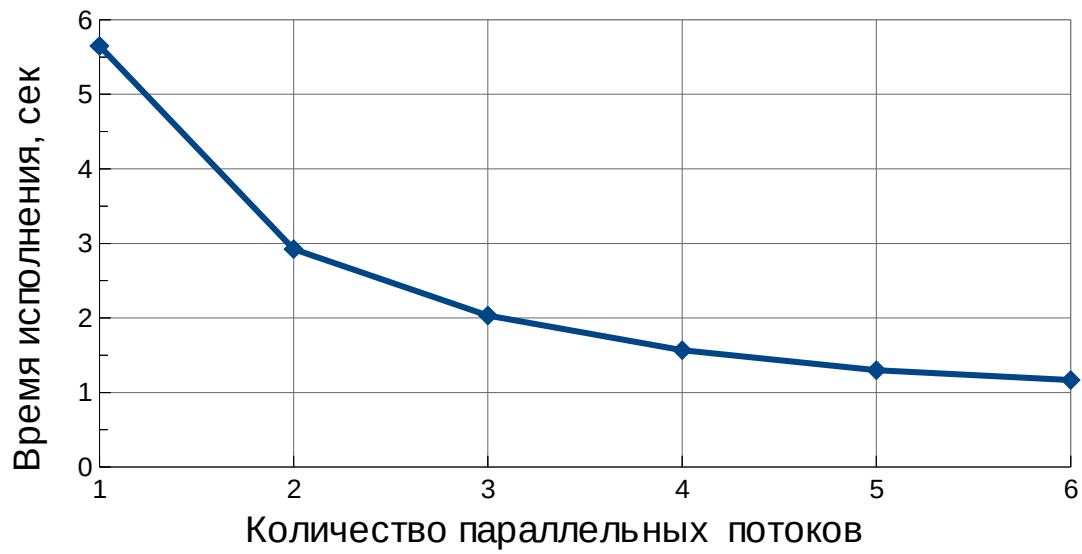
$$S_p = \frac{1}{\alpha + \frac{1-\alpha}{p}}; \quad \alpha = \frac{1}{S_p} \frac{p - S_p}{p - 1}.$$

Расчёт поля:



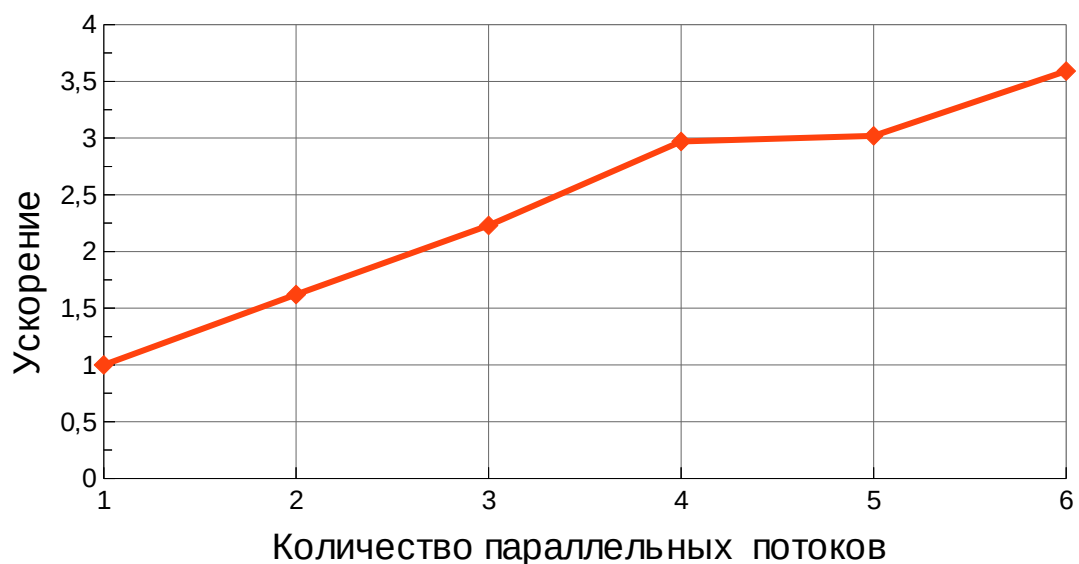
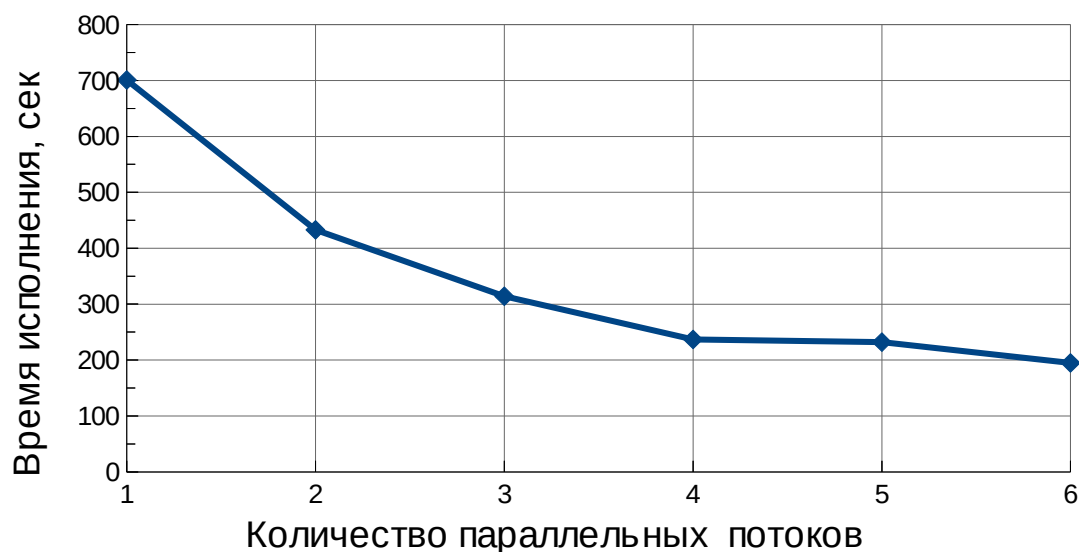
Процент исполнения параллельных алгоритмов: 96,3%.

Анализ-1:



Процент исполнения параллельных алгоритмов: 92,1%.

Анализ-2:



Процент исполнения параллельных алгоритмов: 88,4%.
(тут последние две точки своим видом наводят на мысль об изменении условий работы, не учитываем их)

Результаты, в данном документе не участвовавшие (приложены отдельно) показывают, что область смещения фокуса без возникновения участков с амплитудой менее 30% от фокальной крайне мала, и составляет всего ~2 см в каждую сторону от геометрического центра.

Выводы:

- Методика анализа-2 малоэффективна в абсолютном выражении по времени, и может быть существенно доработана (см. Дополнение).
- Область безопасного перемещения фокуса в большей степени определяется именно ограничениями на величину побочных максимумов.
- Детальный расчёт анализа-2 принципиально возможен, но крайне времязонок, и должен проводиться на кластерных системах/суперкомпьютерах.