

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
М.В.ЛОМОНОСОВА»

Физический факультет

Моделирование рождения
частиц из вакуума в дифракционных процессах
на современных ускорителях высоких энергий

Курсовая работа

Обучающийся _____ студент 2 курса Д.А. Хорошилов

Руководитель _____ с.н.с. ИФВЭ, к.физ.-мат.н. Р.А. Рютин

Москва 2017

Оглавление

Введение	2
1 Теоретическое введение	3
1.1 Релятивистская кинематика	3
1.1.1 4-векторы и инварианты	3
1.1.2 Фазовое пространство	4
1.2 Элементы квантовой теории	5
1.2.1 Элементы редже-эйкональной модели рассеяния . .	5
1.2.2 Полное и упругое сечения при высоких энергиях . .	9
1.3 Сечения различных процессов	10
1.3.1 Процесс 2 в 2	10
1.3.2 Реакция два в три	11
2 Численное моделирование.	12
2.1 Постановка задачи	12
2.2 Управление	12
2.3 Схема работы программы	13
2.4 Результаты	16
Заключение	19

Введение

В данной работе кратко рассматриваются идеи анализа и описания взаимодействия частиц высоких энергий, а также методы расчёта параметров процесса. Задачей работы является программная реализация генератора событий столкновения протонов с рождением бозона Хиггса. Для решения задачи реализации генератора используются средства MPI и OpenMP.

Актуальность работы заключена в её подходе к решению проблемы расчёта параметров системы по аналитическим выражениям при фиксированных условиях столкновения, а также в возможности использовать результаты расчётов при решении задач регрессии и классификации для событий, регистрируемых на современных ускорителях высоких энергий.

В первой части текста кратко изложены основные идеи рассмотрения событий столкновения частиц высоких энергий. Во второй части кратко описана идея работы генератора событий, а также представлены схемы работы и результаты.

Глава 1

Теоретическое введение

1.1 Релятивистская кинематика

1.1.1 4-векторы и инварианты

Для описания кинематики частиц удобно использовать 4-векторы. Для события в 4 мерном пространстве Миньковского будем использовать:

$$x = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, x, y, z) \quad (1.1)$$

Особый интерес для нас будет представлять 4 - импульс частицы, определение которого может быть дано следующим образом:

$$p := tu = m\gamma(v)(c, \mathbf{v}) = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p}\right) \quad (1.2)$$

Где \mathbf{v} и u есть 3 и 4 мерные скорости соответственно, а для u справедливо [1] :

$$u^\mu = \gamma(v) \frac{dx^\mu}{dt} \Rightarrow u = \gamma(v)(c, \mathbf{v}) \quad (1.3)$$

Из (1.2), учитывая, что $u^2 = c^2$ немедленно следует вывод

$$E^2 = (cp)^2 + (mc^2)^2 \quad (1.4)$$

Введённые определения позволяют сформировать *три вида инвариантов* [1] :

1. *Скалярное произведение импульсов*

Скалярное произведение инвариантно по определению. Из инвариантности скалярного произведения возможно получить следующие инвариантные величины:

- Скалярное произведение:

$$p_i p_l = \frac{E_i E_l}{c^2} - \mathbf{p}_i \mathbf{p}_l \quad (1.5)$$

- Квадрат инвариантной массы двух частиц

$$s_{12} = \frac{(p_1 + p_2)^2}{c^2} = m_1^2 + m_2^2 + \frac{2p_1 p_2}{c^2} \quad (1.6)$$

- Инвариантный квадрат переданного импульса

$$t_{12} = (p_1 - p_2)^2 = m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 - 2p_1 p_2 \quad (1.7)$$

2. Знаки энергетических компонент времени подобных 4-векторов

3. Величина ε

$$\varepsilon \equiv \varepsilon(p_i, p_j, p_k, p_l) = \varepsilon_{\chi\lambda\mu\nu} p_i^\chi p_j^\lambda p_k^\mu p_l^\nu \quad (1.8)$$

1.1.2 Фазовое пространство

Пусть полное сечение фиксированного канала реакции есть [1]

$$\sigma_n = \frac{1}{F} I_n(s) \quad (1.9)$$

Уточним входящие в уравнение объекты

$$F = 2\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_a^2, m_b^2) (2\pi)^{3n-4} \quad (1.10)$$

отвечает за измерение потока частиц, а $I_n(s)$ отвечает за интегрирование по фазовому пространству:

$$I_n(s) = \int \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{2E_i} \delta^4(p_a + p_b - \sum_i p_i) T(\mathbf{p}_i) \quad (1.11)$$

Если квадрат матричного элемента T равен единице, то интеграл $I_n(s)$ называется фазовым пространством и обозначается иначе как :

$$R_n(s) = \int \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{2E_i} \delta^4(p - \sum p_i) \quad (1.12)$$

1.2 Элементы квантовой теории

1.2.1 Элементы редже-эйконоальной модели рассеяния

Вводится понятие матрицы рассеяния так, что матричные элементы таковой выражают вероятность явления рассеяния с фиксированными состояниями начала и конца: $P_{fi} = |\langle f|S|i\rangle|^2$. С понятием матрицы рассеяния связана система постулатов [3]

Постулат 1 *Состояния свободных частиц, содержащие любое число частиц, удовлетворяют принципу суперпозиции квантовой механики, так что если $|\psi_\alpha\rangle$ и $|\psi_\beta\rangle$ физические состояния, то $|\psi_\gamma\rangle = a|\psi_\alpha\rangle + b|\psi_\beta\rangle$ где a и b —любые комплексные числа, тоже является физическим состоянием.*

Постулат 2 *Частицы представляются свободными всегда, кроме явлений взаимодействия на близких дистанциях*

Постулат 3 *S Матрица инвариантна относительно преобразований Лоренца*

Постулат 4 *Матрица рассеяния является унитарной матрицей.*

Постулат 5 *Амплитуды рассеяния являются граничными значениями аналитических функций инвариантов $s_{tjk} \dots$, рассматриваемых как комплексные переменные с теми и только теми сингулярностями, которые требуются условиями унитарности.*

Метод полюсов Редже (метод комплексных угловых моментов) в квантовой механике и квантовой теории поля - теоретический подход, позволяющий связать асимптотику амплитуд рассеяния частиц при высоких энергиях с особенностями парциальных амплитуд $f_j(t)$ перекрёстного (t) канала в плоскости комплексного углового момента j .

Наибольшее распространение метод получил в теории взаимодействия частиц при высоких энергиях, где при его выводе используются общие свойства амплитуд рассеяния в КТП: аналитичность, перекрёстная симметрия (особый вид симметрии в квантовой теории поля, состоящий в том, что амплитуда любого процесса не изменяется, если какие либо частицы из начального и конечного состояний поменять местами,

заменяя при этом частицы на античастицы) и унитарность. Исследование двухчастичного условия унитарности в t -канале показывает, что амплитуды $f_j(t)$ должны иметь полюсы в f -плоскости, положение которых зависит от переменной t (квадрата переданного в рассеянии 4-импульса), - движущиеся полюсы, или полюсы Редже. Вблизи полюса парциальная амплитуда $f_j(t)$ имеет вид

$$f_j(t) = \frac{\gamma(t)}{j - \alpha(t)}, \quad (1.13)$$

где $\alpha(t)$ - траектория Редже, а $\gamma(t)$ - его вычет.

Каждый полюс Редже обладает определенным набором сохраняющихся квантовых чисел, таких, как барионное число, странность, изотопический спин, чётность и т. п.

Приведём зависимость спина от квадрата массы $\sigma = Re\{\alpha(t)\}$ для некоторых объектов [3]:

Если мы сделаем довольно смелое предположение, что все мезоны лежат на прямых, приблизительно параллельных обменно-вырожденным траекториям, то сможем связать большинство состояний с траекториями, показанными на рис. 1.2

Ведущие траектории очень приблизительно выглядят следующим образом:

$$\alpha_\rho(t) \approx 0.5 + 0.9t \quad (1.14)$$

$$\alpha_{K^*}(t) \approx 0.3 + 0.9t \quad (1.15)$$

$$\alpha_\varphi(t) \approx 0.1 + 0.9t \quad (1.16)$$

$$\alpha_\pi(t) \approx 0.0 + 0.8t \quad (1.17)$$

$$\alpha_K(t) \approx -0.2 + 0.8t \quad (1.18)$$

Результаты экспериментов, совместно проведенных группой ученых Института физики высоких энергий (Серпухов) и Европейской ассоциации ядерных исследований (ЦЕРН, Швейцария), оказались неожиданными. Было установлено, что эффективные сечения отрицательных пи и ка-мезонов, начиная с энергий 30-35 ГэВ, перестают уменьшаться и становятся практически постоянными. Открытие указанной закономерности - Серпуховского эффекта, как её назвали, вызвало подлинную сенсацию и оказало большое влияние на формирование современных представлений о характере взаимодействий частиц в области высоких энер-

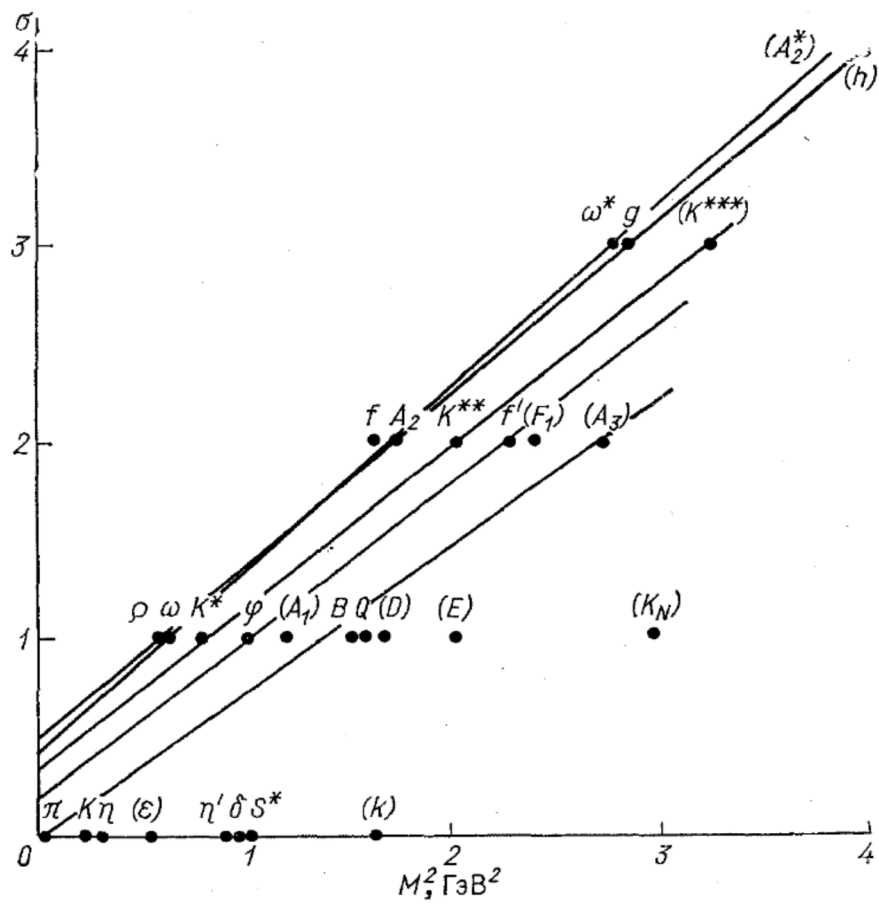


Рис. 1.1: зависимость спина от квадрата массы $\sigma = \text{Re}\{\alpha(t)\}$

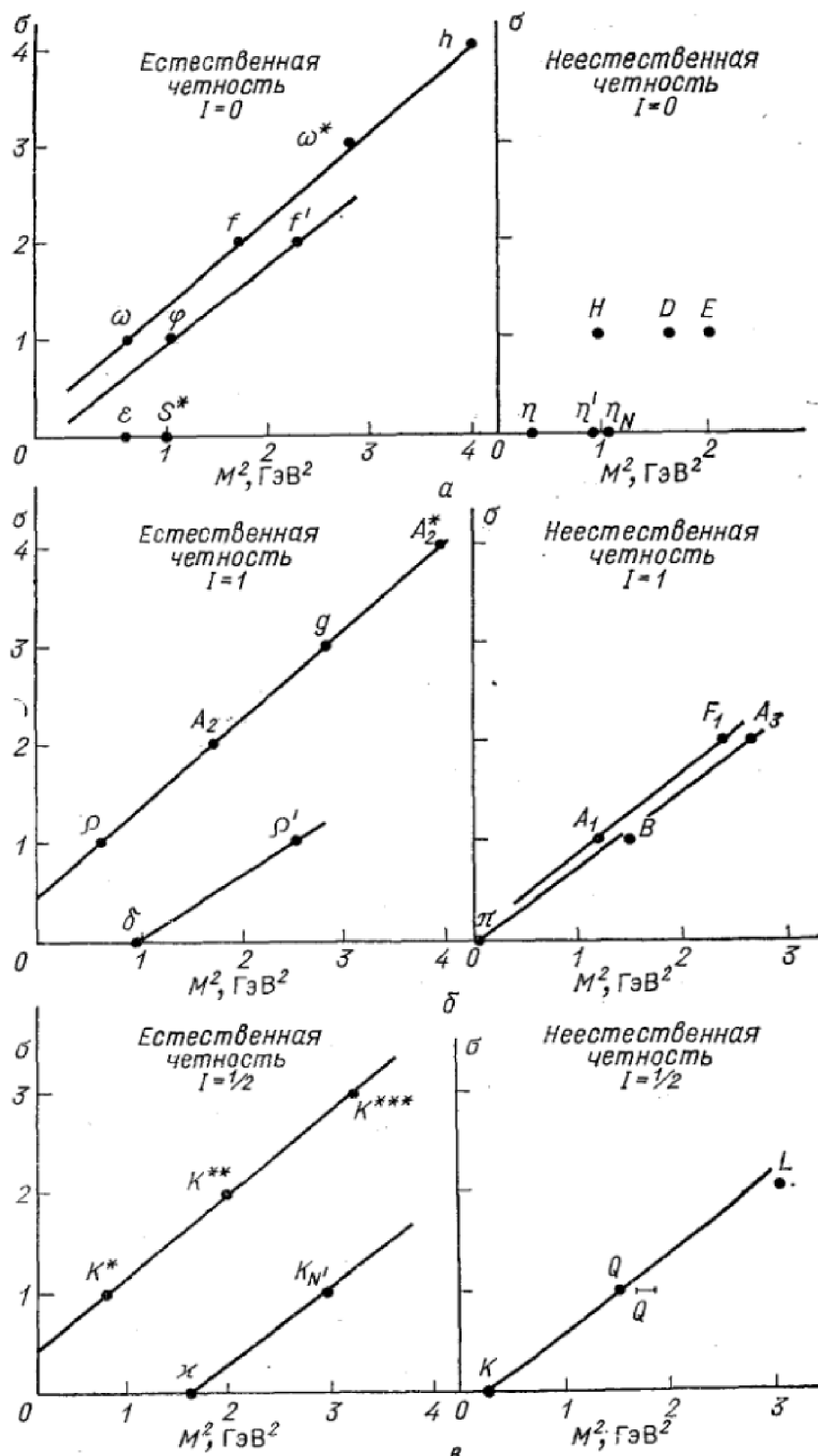


Рис. 1.2: зависимость спина от квадрата массы $\sigma = Re\{\alpha(t)\}$

гий. Еще более неожиданным оказалось поведение полного эффективного сечения рассеяния положительных ка-мезонов. Измерения, выполненные с помощью ускорителей меньших энергий, свидетельствовали, что эффективное сечение рассеяния положительных ка-мезонов на протонах остается постоянным и не меняется с энергией. Существовала уверенность, что такая картина сохранится и при более высоких энергиях. Тем не менее эксперименты в Институте физики высоких энергий продемонстрировали, что эффективное сечение рассеяния положительных ка-мезонов, начиная с энергии около 20 ГэВ, растет, приближаясь к постоянному значению эффективного сечения отрицательных ка-мезонов. Таким образом, обнаружено, что в области энергий Серпуховского ускорителя происходит изменение характера сильного взаимодействия частиц. Радиус действия ядерных сил в области энергий Серпуховского ускорителя растет с увеличением энергии сталкивающихся частиц. Другими словами, установлено, что частицы при увеличении их энергии способны взаимодействовать на гораздо больших расстояниях, чем предполагалось раньше. Такой вывод в корне противоречит первоначальному представлению о природе ядерных сил, согласно которому считалось, что взаимодействие переносится отдельными частицами и имеет постоянный, не зависящий от энергии радиус действия.

В упругом рассеянии $1 + 2 \rightarrow 1 + 2$ в t -канале имеются частица и античастица ($1 + \bar{1} \rightarrow 2 + \bar{2}$) и поэтому ясно, что обмениваемые траектории должны иметь квантовые числа вакуума, т. е. $V = Q = S = I = 0, P = G = C_n = \xi = +1$. f Мезон обладает этими квантовыми числами, но, его траектория лежит при $t = 0$ много ниже и не может объяснить поведения полных сечений. В истории реджевской феноменологии эта трудность была осознана довольно рано и была введена новая траектория [105], называемая мероном (или померанчоном, а также померанчуконом), для того, чтобы объяснить асимптотическое поведение $\sigma^{tot}(s)$.

1.2.2 Полное и упругое сечения при высоких энергиях

Оптическая теорема - соотношение между полным сечением рассеяния и мнимой частью амплитуды рассеяния на нулевой угол:

$$\sigma_{\text{полн}} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}F(0)$$

$$\sigma_{\text{полн}} = \sigma_p + \sigma_{\text{упр}}$$

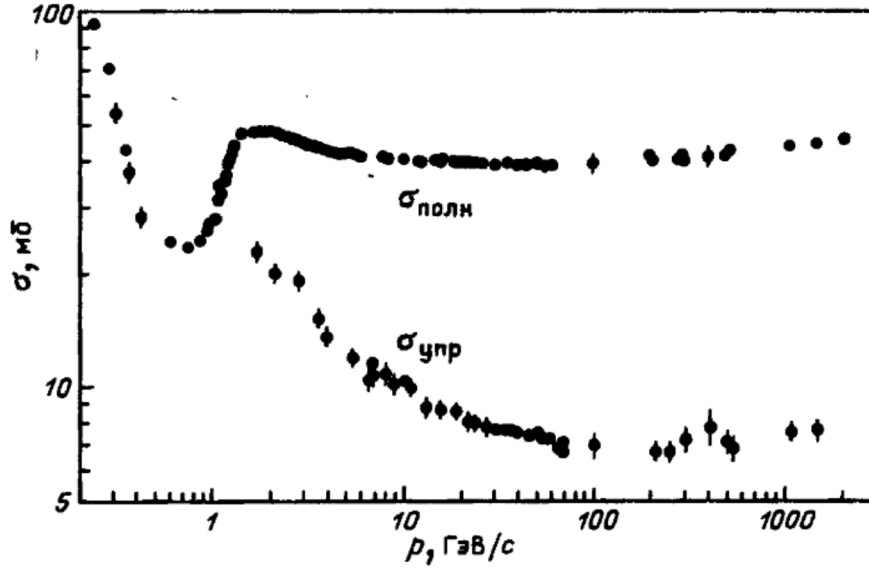


Рис. 1.3: полное и упругое поперечные сечения при высоких энергиях

$$\sigma_p = \pi \bar{\lambda}^2 \sum_l (2l + 1)(1 - \eta_l^2)$$

На рисунке 1.3 можно увидеть зависимость сечений полного и упругого от энергии

1.3 Сечения различных процессов

1.3.1 Процесс 2 в 2

[1]

Выражение для фазового объёма двух частиц имеет вид:

$$R_2(p, m_1^2, m_2^2) = \int d^4 p_1 d^4 p_2 \delta(p_1^2 - m_1^2) \delta(p_2^2 - m_2^2) \delta^4(p - p_1 - p_2)$$

Для упрощения представляя, что начальный импульс p временноподобный, возможно получить выражение для фазового объёма :

$$R_2(s) = \frac{\pi \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)}{2s} \quad (1.19)$$

Для сечения реакции можно записать :

$$\sigma(s) = \frac{1}{16\pi \lambda(s, m_a^2, m_b^2)} \int_{t^-}^{t^+} dt |A(s, t)|^2$$

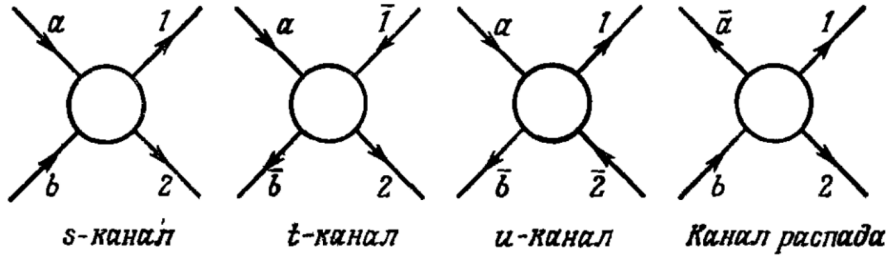


Рис. 1.4: Различные каналы реакции $p_a + p_b \longrightarrow p_1 + p_2$

Полное сечение реакции " $p_a + p_b \rightarrow$ что угодно" с помощью оптической теоремы выражается через амплитуду рассеяния вперед для упругого процесса:

$$\text{Im}A(s, t = 0) = \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m^2, \mu^2) \sigma_{\text{полн}}(s)$$

Случай $t = 0$ соответствует упругому рассеянию.

Также вполне справедливо соотношение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1^M} = \frac{1}{64\pi^2 m_b P_a^M} \frac{(P_1^M)^2}{(E_a^M + m_b) P_1^M - P_a^M E_1^M \cos \theta_a^M} |A|^2$$

1.3.2 Реакция два в три

Пример распада можно увидеть на рисунке 1.5. Инвариантами, точно как и в процессе из 2 в 2, будем использовать s, t, u . Немного изменим обозначения:

$$j = \overline{1..3} \quad i = \overline{1..3} \quad s_{ij} \equiv s_i = (p_i + p_j)^2 = (p - p_{j+1})^2$$

Откуда следует

$$s_1 + s_2 + s_3 = s + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$$

Для сечения может быть использовано выражение:

$$\sigma_{2 \rightarrow 3} = \frac{1}{2\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2)} \int \prod_{i=1}^3 \frac{d^4 p_i \Theta(p_{0i}) \delta(p_i^2 - m_i^2)}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(p_a + p_b - p_1 - p_2 - p_3) T(\mathbf{p}_i) \quad (1.20)$$

Глава 2

Численное моделирование.

2.1 Постановка задачи

Одна из основных задач моделирования процессов заключается в расчёте сечения последних. Трудность, очевидно, заключается не в том, что некоторые вычисления принципиально невозможно провести с помощью выражений, включающих исключительно элементарные функции, а в том, что выражения могут быть вложенными, что неизбежно приводит к экспоненциальному росту итераций при вычислениях на ЭВМ.

Ставится задача: смоделировать столкновение протонов в БАК на энергии 7000 ГэВ с рождением Бозона Хиггса ($M = 125$ ГэВ).

Для сечения получено выражение [6]:

$$\frac{d\sigma}{dt_1 dt_2 d\phi_0} \simeq \frac{\pi |T_{pp \rightarrow pXp}^{Unit}|_{y_X=0}^2}{8s^2 (2\pi)^5} \Delta y_X \quad (2.1)$$

Из расчёта $\frac{0,89 \text{ sec}}{10^9 \text{ iterations}}$ вычисление сечения одного события, приблизительно, должно занять 1 год 2 месяца 11 дней 17 часов 46 минут, что, разумеется, является абсолютно неприемлемым.

Решить задачу генерации процесса можно с помощью генерации величин по алгоритму Монте-Карло. Алгоритм позволяет, зная функцию плотности вероятности, достаточно быстро и без особых временных затрат получить базу событий. В данной работе решается проблема прямого расчёта и генерации по Монте-Карло для фиксированного события.

2.2 Управление

Общий вид рабочего окна программы можно наблюдать на рис. 5.1

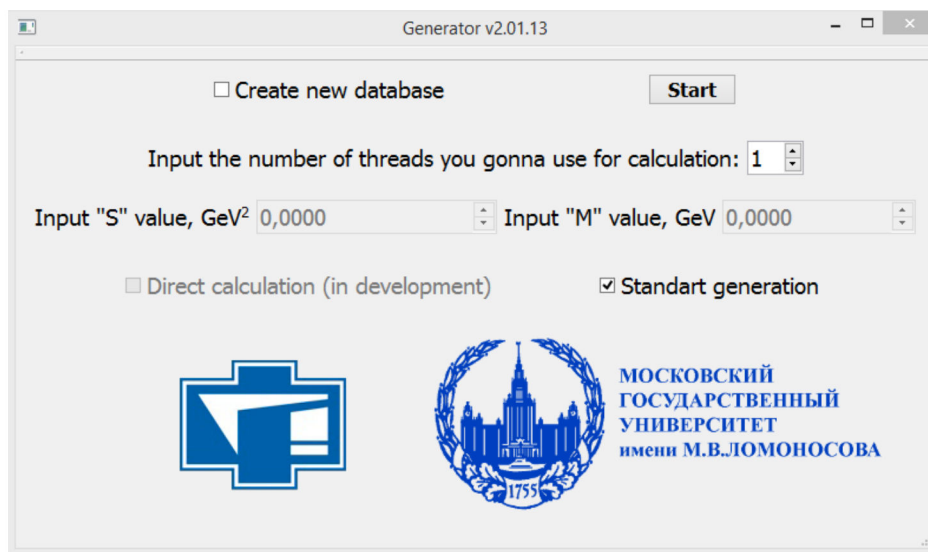


Рис. 2.1: Рабочее окно программы

Программа позволяет подготовить базы данных, необходимые для генерации событий, а также возможно выбрать количество потоков, участвующих в вычислении. Следует сразу заметить, что версия программы для серверов имеет дополнительное меню, позволяющее выбрать количество узлов, версия же для суперкомпьютеров управляется исключительно через файл "settings.txt" который содержит основные инструкции для генератора.

2.3 Схема работы программы

Основным методом решения проблемы прямого расчёта является создание базы данных значений вложенных интегралов, зависящих исключительно от энергии столкновения и массы ожидаемой частицы. База данных копируется в узлы, после чего к ней происходит обращение из вычисляющих потоков. Генерация базы происходит при распределении промежутков значений параметров системы по потокам, где отдельные составляющие базы обчитываются независимо друг от друга.

Следующим методом сокращения времени вычисления является увеличение количества независимых вычисляющих потоков и узлов. схематично работа представлена на рисунках 5.2 и 5.3

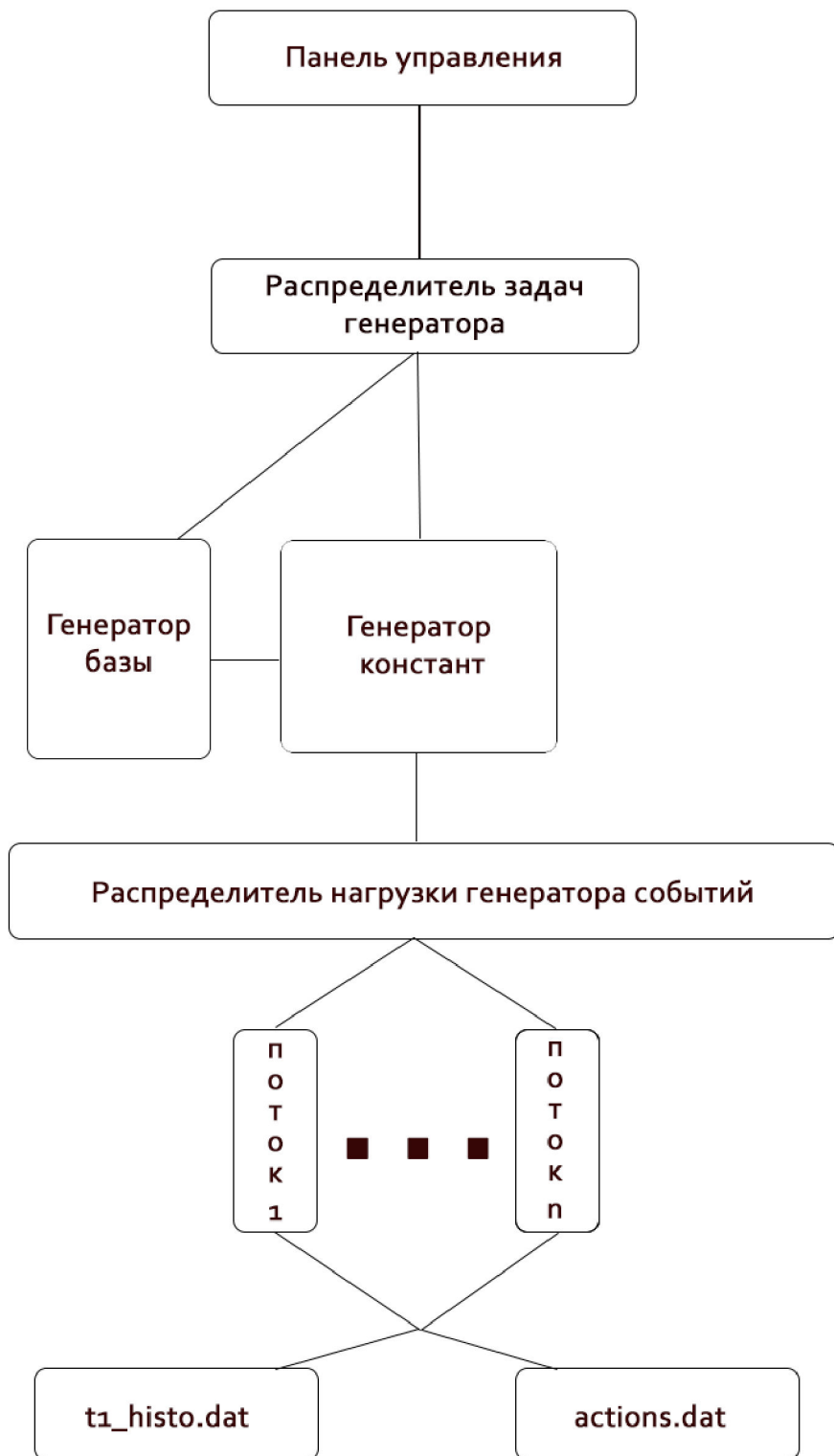


Рис. 2.2: Схема работы программы для одного узла

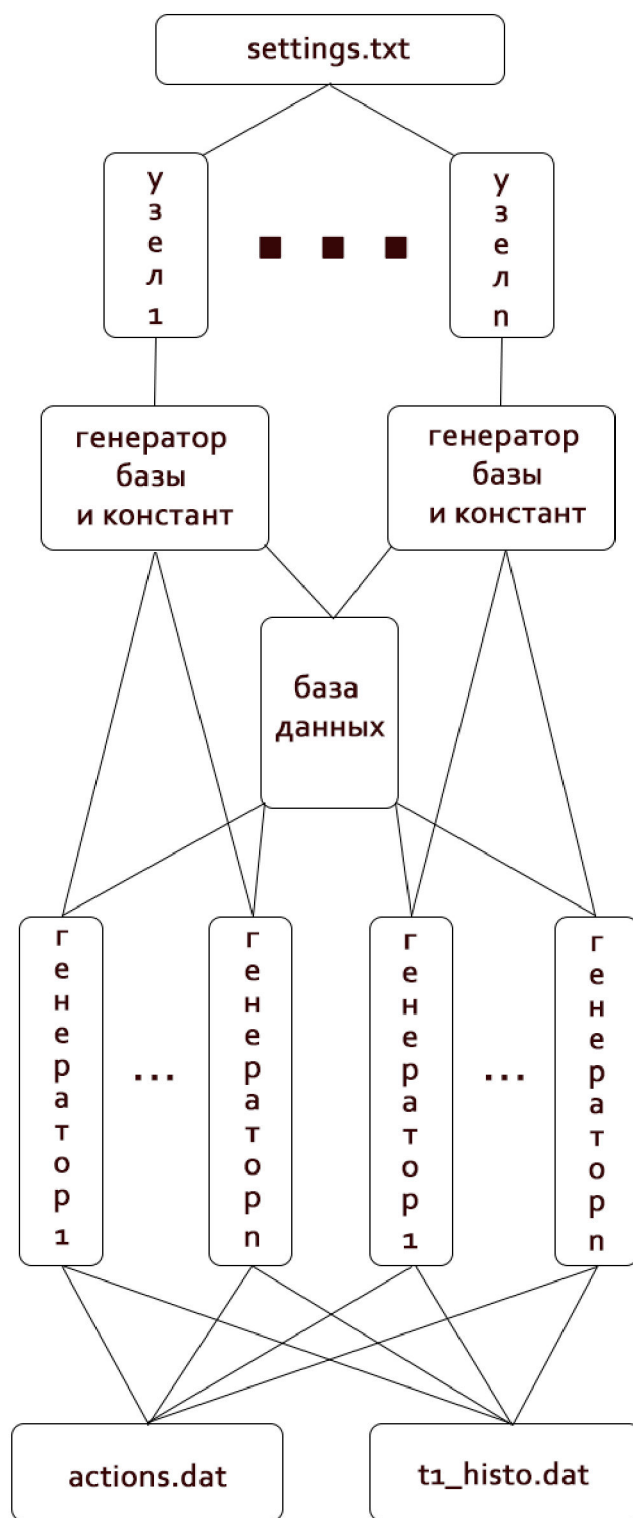


Рис. 2.3: Схема работы программы на кластере


```

-----
BOOOM
-----

Before:
Proton 1 :
Energy = 3500  px = 0  py = 0  pz = 3500

Proton 2 :
Energy = 3500  px = 0  py = 0  pz = -3500

After
Proton 1 :
Energy = 3499.98  px = 0.264348  py = 0.111614  pz = 3499.98

Proton 2 :
Energy = 3486.42  px = 0.0477346  py = -0.201726  pz = -3486.42

Boson :
Energy = 13.5958  px = -0.312082  py = 0.0901115  pz = -13.5634

```

Рис. 2.4: Пример события из базы данных

2.4 Результаты

На данный момент программа способна в течении минуты создать базу из одного миллиона событий, что можно считать удовлетворительным результатом.

На рисунке 2.6 показано, как соотносятся друг с другом во времени выполнения две концепции реализации кода (прямая и с базами данных). Ожидания от ускорения были полностью удовлетворены, так как подобное отношение времён вполне явно указывает, что мы получили возможность проводить вычисления сечений прямым алгоритмом с базами, и время выполнения алгоритма будет приемлемым.

На рисунках 2.7 и 2.8 показаны ускорения генератора событий по Монте-Карло для случая только генерации событий и случая генерации новой базы данных и событий соответственно. Первый график показывает, фактически, постоянный рост производительности, однако на 16 потоке и выше выходит на плато. На плато узлы обращаются к общим файлам, так что его [плато] появление вполне оправдано.

Случай же с генерацией базы данных не представляет выхода на плато, наблюдается исключительно рост производительности, однако, очевидно, при увеличении количества потоков плато будет наблюдаться.

Для анализа результатов работы генератора на физическое соответствие была построена гистограмма параметра $t1$, анализ подтвердил верность результатов.

Сгенерированные события, в целом, соответствуют возможным процессам, происходящим при столкновениях в БАК.

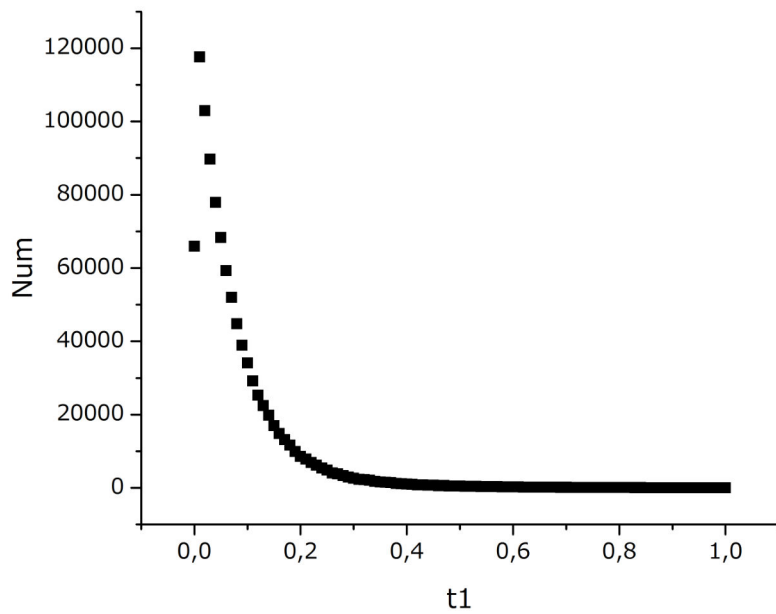


Рис. 2.5: Пример события из базы данных

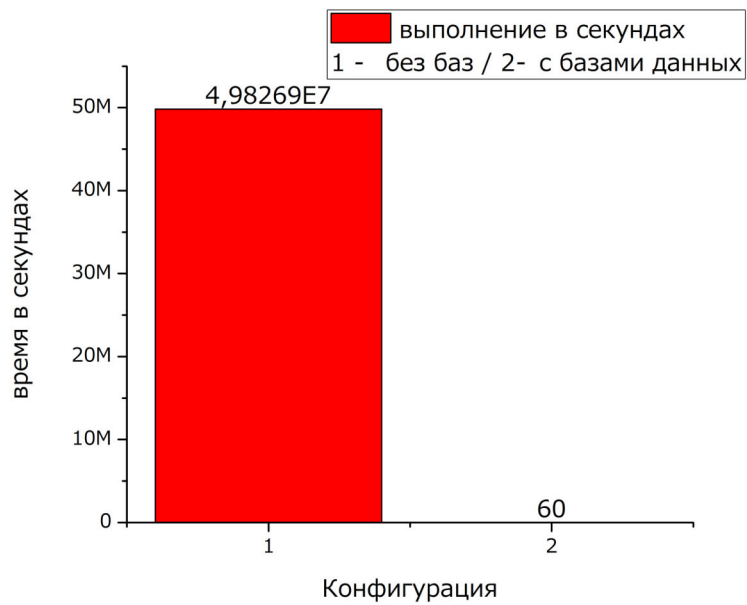


Рис. 2.6: время работы программы в двух случаях обчёта вложенных интегралов

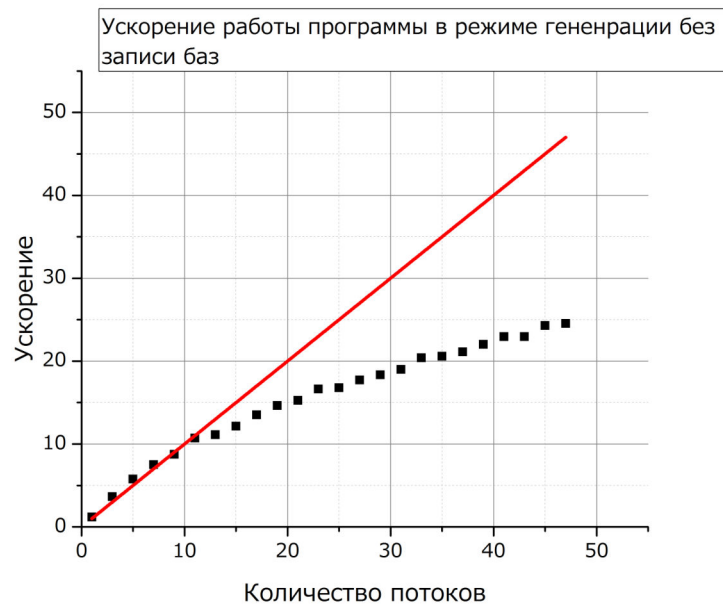


Рис. 2.7: Ускорение генератора без создание баз данных

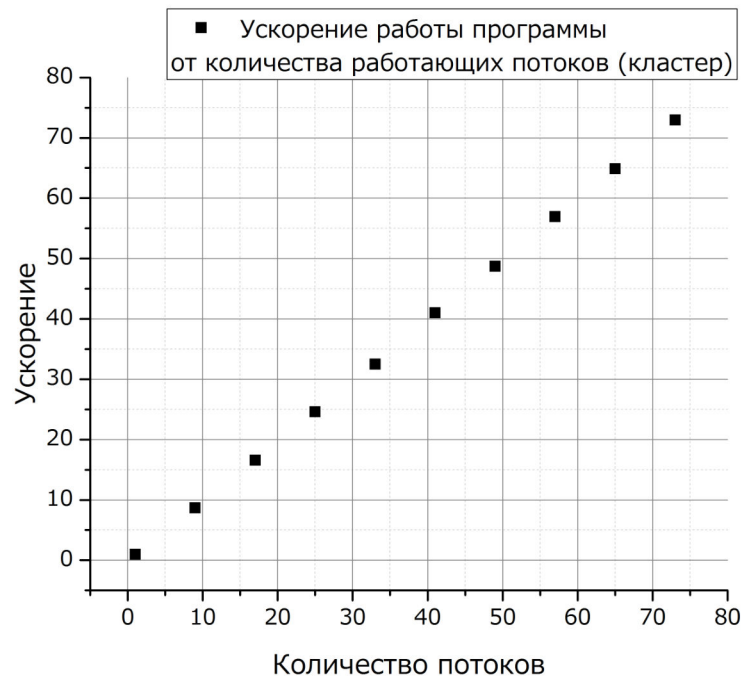


Рис. 2.8: Ускорение работы программы при генерации баз данных

Заключение

В работе были кратко рассмотрены теоретические подходы к решению задачи столкновения частиц высоких энергий, а также был реализован генератор событий столкновения протонов с рождением бозона Хиггса. Задачи, связанные с оптимизацией работы программы, были полностью решены.

Литература

- [1] **Е.Бюклинг, К.Каянти** *Кинематика элементарных частиц*
- [2] **Д.Перкинс** *Введение в физику высоких энергий*
- [3] **П.Коллинз** *Введение в реджевскую теорию и физику высоких энергий*
- [4] *Энциклопедия Физики и Техники*
- [5] **Дж. Орир** *Физика, том 2*
- [6] **Р.А. Рютин** *Масштабные эффекты в глубоконеупругих и дифракционных процессах при высоких энергиях*