МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С МАСКИРУЮЩИМИ ОБОЛОЧКАМИ

Курсовая работа студента II курса

Никитченко Александра Денисовича

Научные руководители:

Боголюбов Александр Николаевич, д. ф.-м.н, проф.

Могилевский Илья Ефимович, к.ф.-м.н.. доц

Москва

2017

Аннотация

Цель

Главной целью данной работы является создание компьютерной программы, численно решающей уравнения Максвелла методом конечных разностей, тем самым моделируя взаимодействие электромагнитной волны с маскирующей оболочкой, с последующим применением этой программы в исследованиях, посвященных электромагнитной маскировке. Также целью является ознакомление с теоретическими основами электромагнитной маскировки методом волнового обтекания.

Задача

В работе будет решаться следующая система уравнений:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

Здесь **E** – вектор напряженности электрического поля, **H** – вектор напряженности магнитного поля, **B** – вектор магнитной индукции, **D** – вектор электрической индукции, **j** – вектор плотности тока, σ – проводимость среды, ε - относительная диэлектрическая проницаемость, μ - относительная магнитная проницаемость. Последние три величины могут быть тензорными.

Метод решения

Задача будет решаться численно при помощи метода конечных разностей во временной области (FDTD).

Результаты

Изучен метод волнового обтекания. Реализован и протестирован численный метод FDTD. В результате численного моделирования получены распределения полей при распространении плоской волны в вакууме и при падении плоской волны на стеклянный шарик. Визуализацию распределения полей представлена в Приложениях.

Оглавление

Оглавление.....1

Введение.....2

Методы маскировки.....3

Идея метода волнового обтекания.....4

Первые численные расчеты.....6

Проблемы метода волнового обтекания.....7

Метод конечных разностей во временной области.....8

Достоинства и недостатки метода FDTD.....9

Реализация программы и численные результаты.....10

Выводы.....12

Список литературы.....13

Приложение 1.....14

Приложение 2.....15

Приложение 3.....16

Введение

Во все времена люди интересовались маскировкой. Подтверждение этому можно найти в сказках народов мира, различных фильмах и романах писателей-фантастов. Всевозможные устройства и приспособления предоставляли невидимость герою, давая ему самые разнообразные преимущества, связанные с невидимостью.

Попытки воплотить в жизнь эту мечту предпринимались с незапамятных времён: начиная от маскирующей раскраски охотников первобытной эпохи и заканчивая специальной камуфляжной одеждой военных. Относительно успешной реализацией идеи невидимости можно считать создание технологии "Стелс", основанной на использовании специальных форм и оболочек.

Относительно недавно в этом направлении произошёл качественный скачок, благодаря которому невидимость материальных объектов в ближайшее время, возможно, станет реальностью. Изобретателем нового метода маскировки можно считать Джона Пендри (Соединённое Королевство, Империал Колледж), специализирующегося на электродинамике левых сред и материалов. Сам он опирался на работы Ульфа Леонхардта. За разработанным ими методом закрепилось название cloaking. В русскоязычной литературе он называется методом волнового обтекания.

В настоящее время данное направление активно развивается: постоянно публикуются работы, развивающие теорию маскировки, а в исследования постоянно включаются все новые лаборатории.

На данный момент, общими усилиями учеными мира были достигнуты определенные успехи, однако остаются пока ещё нерешённые проблемы. Изучение метода волнового обтекания требует привлечения разнообразных методов, в том числе и с использованием компьютеров.

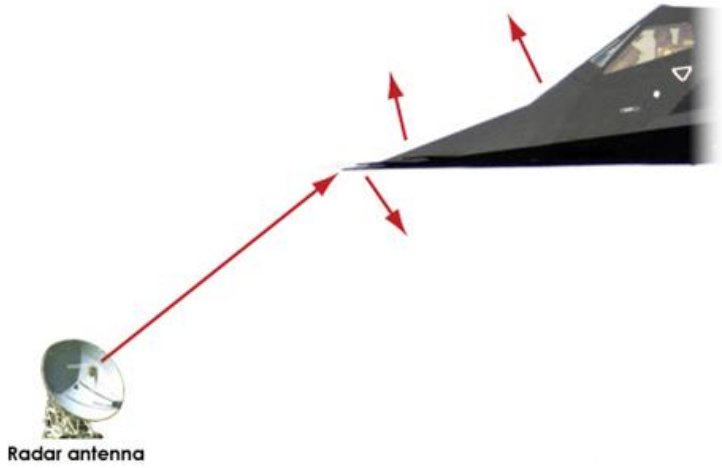


Рис. 1. Принцип работы «Стелс».

Методы маскировки

Как уже было сказано, и природа, и человек придумали множество способов маскировки, обладающих разной эффективностью и применимостью в реальной жизни.

Наиболее известным и широко распространённым методом маскировки является камуфляж, или маскировка под цвет. Строго говоря, камуфляж не делает объект невидимым, а лишь только уменьшает контраст между скрываемым объектом и окружающей средой, тем самым затрудняя его обнаружение. Камуфляж давно широко используется в различных сферах деятельности человека: военное дело, охота. У животных различают несколько видов камуфляжа. Так называемая дизруптивная окраска уменьшает заметность в местности со сложным рельефом (встречается, например, у зебр, бурундуков).

Скрадывающая окраска использует эффект светотени, затемняя наиболее освещённые участки тела (голова, спина). Одним из наиболее распространённых видов окраски является критическая окраска под цвет окружающей среды (зеленые ящерицы, белые медведи, полярные песцы).

Некоторые виды в ходе эволюции научились приспосабливаться под цвет окружающей среды. Так, некоторые обитатели мирового океана имеют показатель преломления практически равный показателю преломления воды. Сразу приходит на ум мистер Гриффин из "Человека-Невидимки" Г. Уэлса, который добился этого и благодаря невидимости держал в страхе весь город. Такой метод маскировки крайне эффективен, но при этом накладывает серьёзные ограничения на функциональные возможности органов такого вида.

С появлением в нашей жизни радиолокационных приборов понятие невидимости расширилось. Если раньше под невидимостью подразумевали недоступность человеческому зрению, то теперь очень часто невидимость понимают как невозможность обнаружить объект при помощи радара. Это значительно осложнило достижение полной невидимости, так как локаторы способны принимать как собственный отраженный сигнал, так и отражённые сигналы от других локаторов, активно меняя при этом частоту. Хорошо известные технологии маскировки "Стелс" на практике оказались малоэффективными против современных систем обнаружения, кроме того, "Стелс" требует достаточно экзотических форм самолёта, что значительно ухудшает его лётные характеристики.

Рис. 2. Хамелеон, маскирующийся под окружение.

Идея метода волнового обтекания

Метод волнового обтекания основан на том, что маскирующая оболочка искривляет фронт падающей волны, тем самым искривляет лучи, заставляя их огибать маскируемый объект, а после огибания объекта заставляет лучи принимать прежнюю форму. Тогда для внешнего наблюдателя маскируемый объект будет полностью незаметен.

Для достижения невидимости требуется также, чтобы оптическая длина пути искривлённых лучей равнялась оптической длине луча, распространяющегося прямолинейно при отсутствии объекта, иначе появится не нулевая разность фаз, которая из-за интерференции лучей способна демаскировать объект.

Для решения этой задачи предлагается использовать неоднородные материалы, прежде всего материалы с непрерывным изменением показателем преломления. Очевидно, тогда луч будет непрерывно искривляться, иначе говоря, его траектория будет представлять гладкую кривую.

Для расчётов тензоров магнитной и диэлектрической проницаемости воспользуемся инвариантностью уравнений Максвелла по отношению к пространственным преобразованиям [1].

Рассмотрим уравнения Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\,, \qquad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Возьмем, например, следующее координатное преобразование

$$r' = R_1 + r\,\frac{R_2 - R_1}{R_2}\,, \qquad \theta' = \theta\,, \qquad \varphi' = \varphi \tag{1}$$

Тогда уравнения Максвелла запишутся в следующем виде:

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\hat{\mu}}{c}\frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}}{\partial t}\,, \qquad \nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \frac{\hat{\varepsilon}}{c}\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t}$$

Здесь $\hat{\mu}$ и $\hat{\varepsilon}$ - тензоры магнитной и диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{rr} = \mu_{rr} = \frac{R_2}{R_2 - R_1}\,\frac{(r - R_1)^2}{r^2}\,, \qquad \varepsilon_{\theta\theta} = \mu_{\theta\theta} = \frac{R_2}{R_2 - R_1}\,,$$
$$\varepsilon_{\phi\phi} = \mu_{\phi\phi} = \frac{R_2}{R_2 - R_1}\,.$$

Уравнения имеют одинаковый вид, а значит, и решения будут иметь одинаковый вид в соответствующих системах координат. Таким образом, луч, проходя через маскирующую оболочку, будет искривляться так, как пространственное преобразование искривляет прямой луч (см. рис.3). Но при этом преобразования не затронули временную часть, а это означает, что фазы

лучей все время будут равны. Таким образом, получены параметры оболочки, удовлетворяющие заданным условиям - задача решена.

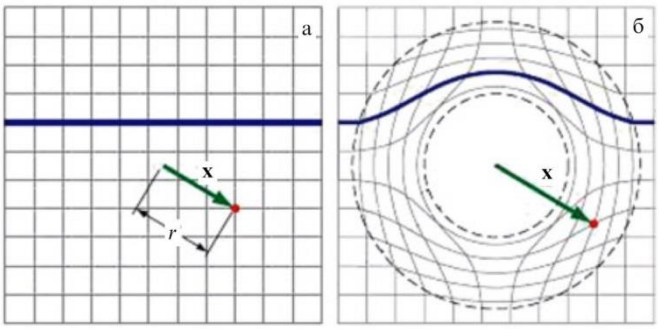


Рис. 3. а) Прямая линия в исходной системе координат.

б) Декартова сетка, те же линия и вектор в новых координатах (1).

Легко видеть, что, вообще говоря, для реализации потребуются нестандартные материалы - метаматериалы, тензоры которых могут иметь компоненты как меньше единицы, так и отрицательные (прежде всего для невыпуклых поверхностей). Стоит отметить, что любое тело можно замаскировать сферической оболочкой достаточно большого размера.

Первые численные расчёты

Первым реализациям идеи предшествовало численное моделирование. Расчёты производились для цилиндра, маскируемого оболочкой со следующими тензорами магнитной и электрической проницаемости (см. [2]):

$$\varepsilon_{rr} = \mu_{rr} = \frac{r-a}{r}\,, \qquad \varepsilon_{\phi\phi} = \mu_{\phi\phi} = \frac{r}{r-a}\,,$$
$$\varepsilon_{zz} = \mu_{zz} = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r-a}{r}\,, \tag{2}$$

полученными при помощи линейного преобразования

$$r' = \frac{b-a}{b}\,r + a\,, \qquad \varphi' = \varphi\,, \qquad z' = z\,, \tag{3}$$

где a и b – внутренний и внешний радиусы оболочки.

По итогам расчётов эффект маскировки был подтверждён. Помимо всего прочего, с целью исследовать реализуемость идеи были проведены расчёты для слоистого (8 слоёв) покрытия, которое, несомненно, ухудшает волновую картину.

Стоит отметить, что, помимо приведённого выше преобразования, существует бесконечно много преобразований, переводящих сплошной цилиндр в полый цилиндр с соответствующим этому преобразованию распределением параметров покрытия. Более того, помимо обычного цилиндра можно использовать эллиптические цилиндры, конусы, гиперболоиды и другие самые разные оболочки.

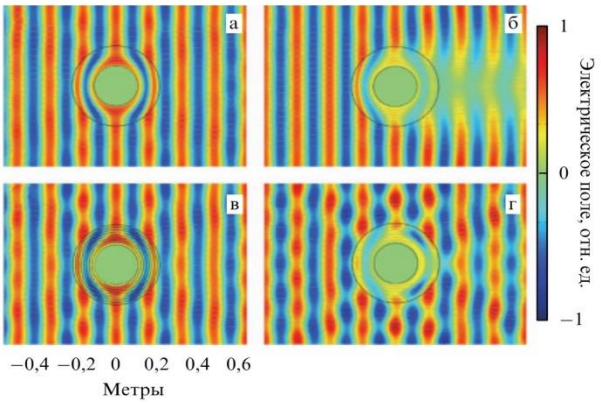


Рис. 4. Распределение нормированной амплитуды электрического поля. (а) Покрытие с идеальными параметрами, (б) покрытие с идеальными параметрами и тангенсом угла потерь, равным 0,1, (в) восьмислойное приближение идеального покрытия, (г) покрытие с упрощенными параметрами [2].

Проблемы метода волнового обтекания

Легко видеть, что при предложенных преобразованиях фазовая скорость будет больше скорости света в вакууме. Известно, что групповая скорость не может превышать с, а значит групповая скорость не равна фазовой, что приводит к появлению частотной дисперсии. Иначе говоря, покрытие может быть полностью эффективным только для одной частоты, что, естественно, снижает привлекательность данного метода.

Любой материал в той или иной степени поглощает свет, что способно вызвать тень, по которой объект может быть обнаружен. Более того, оболочка, как уже было сказано выше, обладает сильной дисперсией, что ухудшает положение.

Если ещё раз взглянуть на выражения (2), можно заметить, что компоненты тензоров или обнуляются или обращаются в бесконечность на внутренней границе. Таким образом, на поверхности оболочки появились особые точки, влекущие значительные проблемы при решении задачи. Как утверждается в работе [4], если меры множеств образа и изображения совпадают, то появление особых точек может быть исключено. Как видно, в преобразовании (3) полость растягивается из прямой, что и приводит к появлению особых точек. Бороться с этим можно специальным выбором преобразования.

Помимо вышеперечисленных проблем, существуют и проблемы, которые возникают при попытке применения маскировки для практических задач. Невидимый объект, например, самолёт, должен постоянно обмениваться информацией, а значит испускать сигналы, которые могут его демаскировать. Более того, обычно маскируемый объект окружен отнюдь не однородной средой, что в свою очередь требует учёта этого при проектировке маскирующей оболочки. Также следует помнить, что движущийся объект рассеивает свет по-другому, а значит остаётся открытым вопрос: повлияет ли движение объекта на его невидимость (из-за эффекта Доплера, например).

Метод конечных разностей во временной области

Метод конечных разностей во временной области (англ. FDTD) является одним из наиболее популярных методов численной электродинамики. Он основан на дискретизации уравнений Максвелла, записанных в дифференциальной форме. Впервые был предложен Кейном Йе в 1966 году, в честь которого и назван базовый алгоритм, являющийся фундаментом большинства численных методов, используемых сегодня. Этот метод активно применяется с 1990 года.

Алгоритм Йе является конечно-разностным алгоритмом. В нем учитывается, что как напряжённость электрического поля зависит от изменения магнитного поля, так и магнитное поле зависит от изменения электрического. Алгоритм позволяет получить решение на следующем временном слое через значение на предыдущем временном слое по формулам:

$$H^{n+\frac{1}{2}}_{x(i,j,k)} = H^{n-\frac{1}{2}}_{x(i,j,k)} - \frac{\Delta t}{\mu}\left(\frac{E^n_{z(i,j+1,k)} - E^n_{z(i,j,k)}}{\Delta y} - \frac{E^n_{y(i,j,k+1)} - E^n_{y(i,j,k)}}{\Delta z}\right)$$

$$H^{n+\frac{1}{2}}_{y(i,j,k)} = H^{n-\frac{1}{2}}_{y(i,j,k)} - \frac{\Delta t}{\mu}\left(\frac{E^n_{x(i,j,k+1)} - E^n_{x(i,j,k)}}{\Delta z} - \frac{E^n_{z(i+1,j,k)} - E^n_{z(i,j,k)}}{\Delta x}\right)$$

$$H^{n+\frac{1}{2}}_{z(i,j,k)} = H^{n-\frac{1}{2}}_{z(i,j,k)} - \frac{\Delta t}{\mu}\left(\frac{E^n_{y(i+1,j,k)} - E^n_{y(i,j,k)}}{\Delta x} - \frac{E^n_{x(i,j+1,k)} - E^n_{x(i,j,k)}}{\Delta y}\right)$$

$$E^{n+1}_{x(i,j,k)} = \left(\frac{1-\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}\right)E^n_{x(i,j,k)} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}\left(\frac{H^{n+\frac{1}{2}}_{z(i,j,k)} - H^{n+\frac{1}{2}}_{z(i,j-1,k)}}{\Delta y} - \frac{H^{n+\frac{1}{2}}_{y(i,j,k)} - H^{n+\frac{1}{2}}_{y(i,j,k-1)}}{\Delta z}\right)$$

$$E^{n+1}_{y(i,j,k)} = \left(\frac{1-\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}\right)E^n_{y(i,j,k)} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}\left(\frac{H^{n+\frac{1}{2}}_{x(i,j,k)} - H^{n+\frac{1}{2}}_{x(i,j,k-1)}}{\Delta z} - \frac{H^{n+\frac{1}{2}}_{z(i,j,k)} - H^{n+\frac{1}{2}}_{z(i-1,j,k)}}{\Delta x}\right)$$

$$E^{n+1}_{z(i,j,k)} = \left(\frac{1-\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}\right)E^n_{z(i,j,k)} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}\left(\frac{H^{n+\frac{1}{2}}_{y(i,j,k)} - H^{n+\frac{1}{2}}_{y(i-1,j,k)}}{\Delta x} - \frac{H^{n+\frac{1}{2}}_{x(i,j,k)} - H^{n+\frac{1}{2}}_{x(i,j-1,k)}}{\Delta y}\right)$$

Здесь E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z - проекции векторов на координатные оси, ε, μ - диэлектрическая и магнитная проницаемости, σ - электрическая проводимость, Δx, Δy, Δz – шаг сетки вдоль координатных осей, Δt – шаг по времени, вектор E опережает H на полшага.

Очень важную роль для этого метода играют условия на границе. Обычно используются условия двух типов: идеально согласованный (поглощающий) слой и идеально отражающий слой. Первый позволяет симулировать уход волны в бесконечность, второй позволяет возвращать волну обратно в область счета.

Порядок расчёта этим методом интуитивно прост и понятен. Сначала задаются область счета, сетка и граничные условия. Затем внутрь области помещаются предметы, задаются их свойства. После этого описывается источник электромагнитных колебаний. Затем он генерирует электромагнитную волну (чаще всего плоскую), чьё взаимодействие и распространение рассчитывается и сохраняется для последующего анализа.

Достоинства и недостатки FDTD

Поскольку метод FDTD – конечно-разностный метод, он обладает достоинствами и недостатками разностных методов.

Прежде всего, метод FDTD достаточно простой и понятный, относительно легко реализуемый для большинства задач. Метод FDTD работает во временной области, что позволяет исследовать широкополосные сигналы и их взаимодействие с различными объектами. Метод также позволяет легко получать анимированные изображения полей для большей наглядности. К его преимуществам следует также отнести возможность задания неоднородных и анизотропных материалов.

Будучи разностной схемой, метод FDTD теряет точность при отображении объекта на разностную сетку (см. рис. 5). Используется два основных способа преодоления данной проблемы. Первый заключается в уменьшении шага сетки на границе объектов. Однако использование сетки с переменным шагом требует увеличения количества операций и большой оперативной памяти. Другой способ заключается в искривлении сетки, приближая ее к границам тел. Однако такой подход требует дополнительных операций, но без серьёзного повышения нагрузки на память.

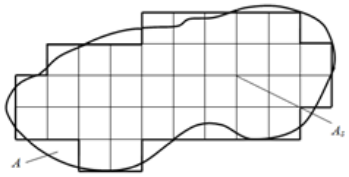


Рис. 5. Отображение тела на сетку.

Другой недостаток вызван тем, что поля рассчитываются только в области счёта. Таким образом, если есть необходимость рассчитать поле в точке, значительно удаленной от источника, то приходится растягивать сетку от источника до наблюдаемой точки, что нередко приводит к огромным объемам вычислений полей в точках, совершенно не нужных для дальнейшей обработки. Частично эта проблема может быть решена при помощи алгоритма преобразования ближнего поля в дальнее, который, однако, сам требует значительного объёма памяти и вычисления.

Реализация программы и численные результаты.

Каркас программы составляет библиотека EMTL[7], с моей стороны была сделана надстройка в виде различных вспомогательных утилит и алгоритмов. В программе реализованы различные средства и методы симуляции.

Возможности, уже реализованные:
Возможность компиляции под Unix-подобные системы и Windows
Метод сеточного сглаживания (см. Приложение)
Поглощающие и отражающие условия
Метод генерации плоской волны Total Field/Scatter Field.
Задание изотропных тел с произвольными параметрами

Параллельные расчеты (при помощи MPI)

Возможности, которые, как я надеюсь, будут реализованы в недалеком будущем:

Задание анизотропных и дисперсионных сред

Метод генерации Total Field/Scatter Field используется для моделирования бесконечно удалённого источника плоской волны. Волна известна заранее, а значит и те изменения поля, которое волна внесёт в суммарное поле. Падающая волна при взаимодействии с телами переходит в волну рассеянную.

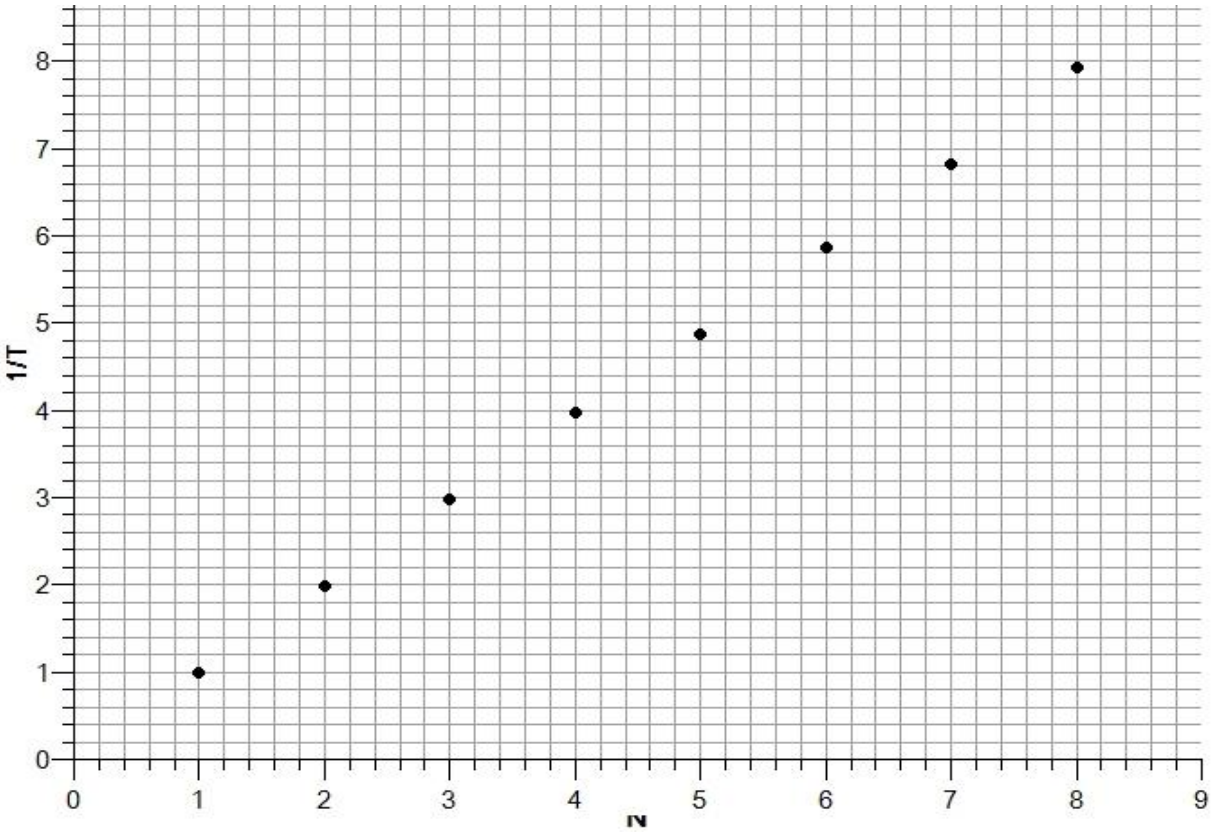


Рис. 5. Зависимость относительного обратного времени от числа процессоров

Распараллеливание было произведено при помощи MPI. Область счета разбивается на подобласти (по координате x). После каждой итерации каждый процессор обменивается с соседями обновленными данными. На графике приведена зависимость относительного обратного времени от числа процессоров. За единицу принято время выполнения на одном процессоре (8,33 часов). Расчеты велись в области 1000*1000*3 ячеек в течение 30000 итераций. Расчеты велись на кластере из двух компьютеров с процессорами Intel Core i7-3520M 2.9 ГГц.

Экспериментально было выяснено, что передавать данные при помощи Wi-Fi не лучшее решение.

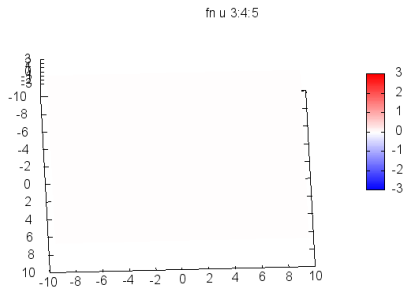
Выводы

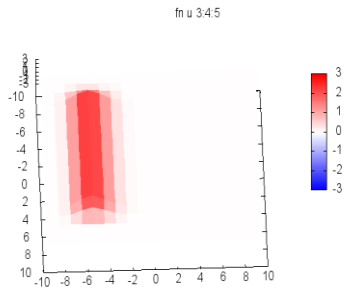
Сравнение результатов моделирования и известного точного решения задачи позволяет говорить о высокой точности реализованного численного метода и возможности его дальнейшего использования. Разработанная программа позволяет адекватно моделировать процессы взаимодействия электромагнитных волн с различными объектами, как для двумерных, так и для трёхмерных задач. Существует возможность для улучшения программы, прежде всего для оптимизации и расширения функционала библиотеки.

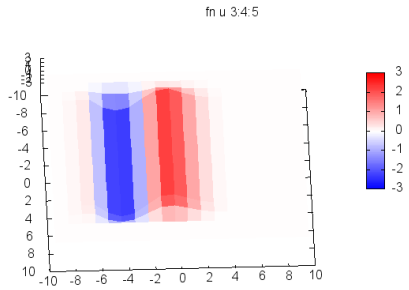
Список литературы

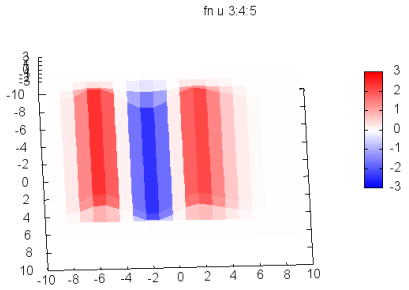
1. А. Е. Дубинов, Л. А. Мытарева *Успехи физических наук* **180** 497 (2010)
2. Cummer S A et al. *Phys. Rev. E* **74** 036621 (2006)
3. А. Зеленин *Введение в метод FDTD* http://zfdtd.narod.ru/method/intrfdtd.htm
4. Jiang W X et al. *Appl. Phys. Lett.* **93** 194102 (2008)
5. A. Deinega and I. Valuev, «Subpixel smoothing for conductive and dispersive media in the FDTD method», Opt. Lett. **32**, 3429 (2007)
6. M. Okoniewski, M. Mrozowski, and M. A. Stuchly, IEEE Microw. Guid. Wave Lett. **7**, 123 (1997)
7. http://fdtd.kintechlab.com/ru/start

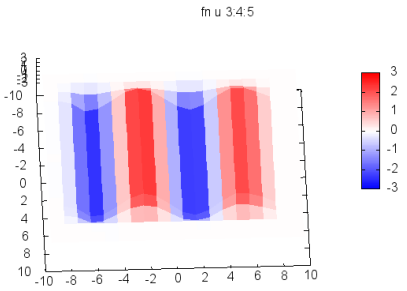
Приложение 1. Моделирование распространения плоской волны в вакууме.



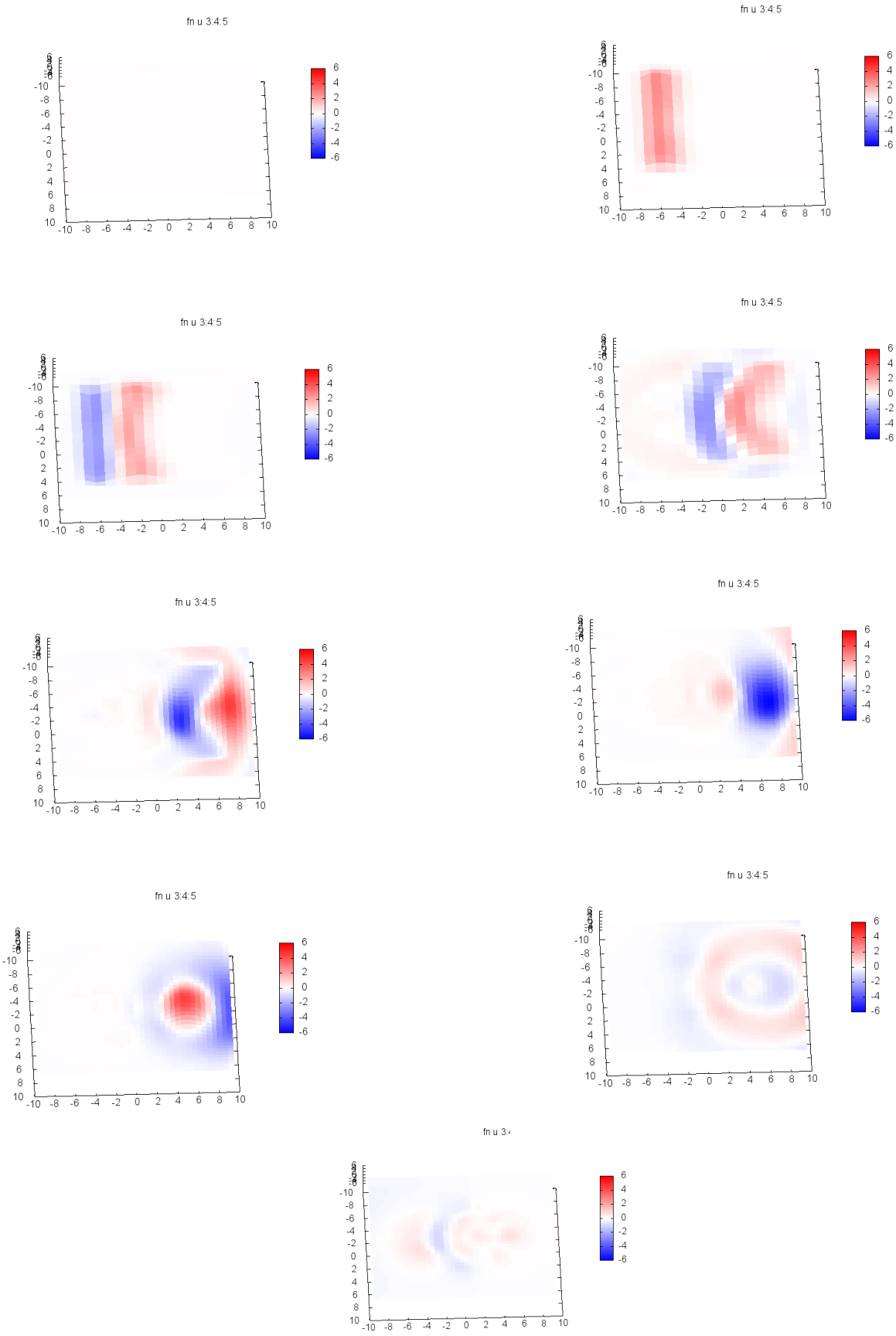








Приложение 2. Моделирование падения плоской волны на стеклянный шарик.



Приложение 3. Сеточное сглаживание в методе FDTD.

Согласно [4], обратный тензор диэлектрической проницаемости на границе может быть представлен в виде:

$$\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^{-1} = \mathbf{P}\langle \epsilon^{-1} \rangle + (\mathbf{1} - \mathbf{P})\langle \epsilon \rangle^{-1}, \qquad (1)$$

где **P** – матрица проектора на вектор нормали к границе раздела сред. <> - усреднение по объему. В работе [5], используя закон Ампера в частотной области,

$$-i\omega\vec{E} = \mathbf{P}\left[\frac{f_1}{\epsilon_1(\omega)} + \frac{1-f_1}{\epsilon_2(\omega)}\right](\nabla \times \vec{H}) + \frac{\mathbf{1}-\mathbf{P}}{f_1\epsilon_1(\omega) + (1-f_1)\epsilon_2(\omega)}(\nabla \times \vec{H}), \qquad (2)$$

где f_1 и f_2 – доли обеих сред в выбранном объеме, используя принцип суперпозиции, было получено следующее:

$$\vec{E} = \vec{E}^1 + \vec{E}^2 + \vec{E}^3, \qquad (3)$$

$$-i\omega\epsilon_1(\omega)E_k^1 = f_1\sum_{j=1}^{3} P_{kj}(\nabla \times \vec{H})_j, \qquad (4)$$

$$-i\omega\epsilon_2(\omega)E_k^2 = (1-f_1)\sum_{j=1}^{3} P_{kj}(\nabla \times \vec{H})_j, \qquad (5)$$

$$-i\omega[f_1\epsilon_1(w) + (1-f_1)\epsilon_2(w)]E_k^3 = (\nabla \times \vec{H})_k - \sum_{j=1}^{3} P_{kj}(\nabla \times \vec{H})_j. \qquad (6)$$

Эта система решается при помощи вспомогательного алгоритма, описанного в [6].