

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЧНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В МНОГОСЛОЙНЫХ СРЕДАХ

ВЫПОЛНИЛА СТУДЕНТКА 217 ГРУППЫ

ЧЕРНЫХ ЕЛЕНА АЛЕКСЕЕВНА

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ: ПЕТУХОВ А. А.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ

Цель работы заключается в исследовании поведения электромагнитного импульса, проходящего через многослойную структуру с заведомо известными свойствами. Основными задачи являются:

- 1) Изучение применяемого матричного метода, его особенности и возможности применения.
- 2) Составление математической модели поставленной задачи и её реализация в виде программного кода.
- 3) Представление результатов в виде анимированного графика зависимости интенсивности электромагнитного импульса от координаты в среде и его анализ.
- 4) Получение ускорения численного решения задачи путём использования технологий параллельного программирования.

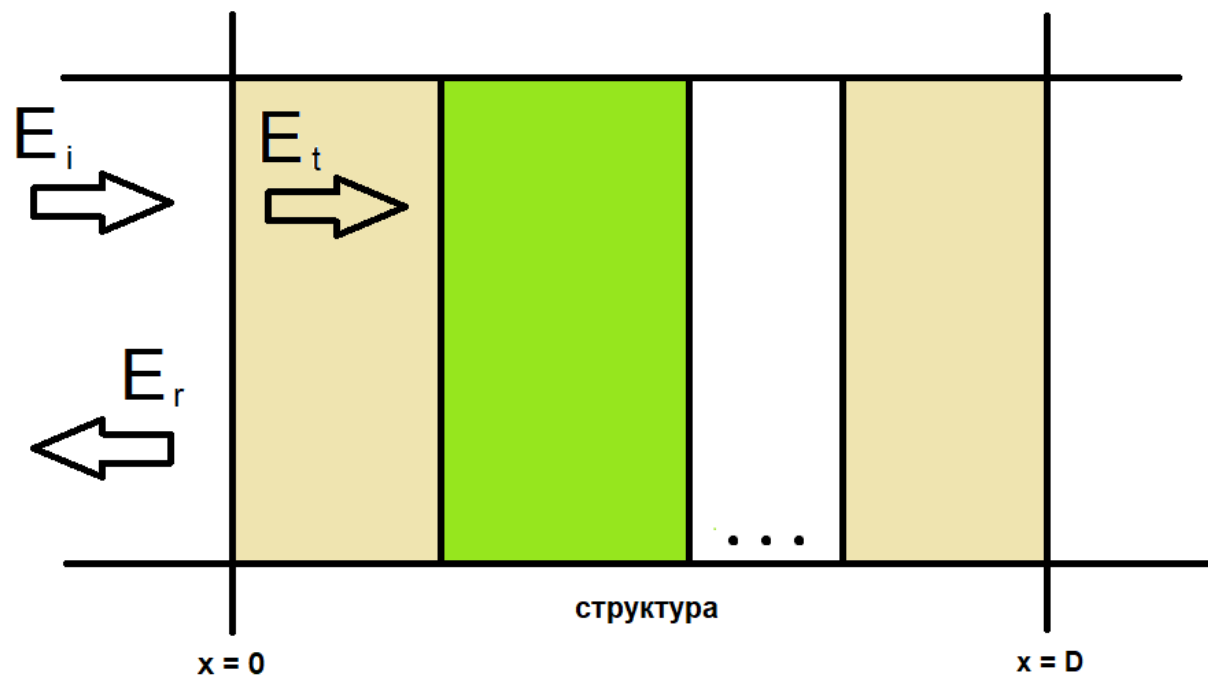
УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Электромагнитное поле представляют векторами $\vec{B}$ – магнитной индукцией, и $\vec{E}$ – электрической напряжённостью. Эти вектора связаны между собой **системой уравнений Максвелла**:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{B} = 0 \\ \text{div} \vec{D} = 4\pi \rho \end{array} \right.$$

МЕТОД МАТРИЦ ПЕРЕНОСА

Схематическое представление нормального падения луча на многослойную структуру.



МЕТОД МАТРИЦ ПЕРЕНОСА

Для каждой из волн (прошедшей и отражённой) можно записать следующие соотношения:

$$\vec{E}_j^t = \vec{E}_{1j} \exp \left(-i \left(-\frac{2\pi n_j x_j}{\lambda} + \alpha_j \right) \right)$$

$$\vec{E}_{j-1}^t = \vec{E}_{1j} \exp \left(-i \left(-\frac{2\pi n_j x_{j-1}}{\lambda} + \alpha_j \right) \right)$$

$$\vec{E}_j^r = \vec{E}_{2j} \exp \left(-i \left(\frac{2\pi n_j x_j}{\lambda} + \beta_j \right) \right)$$

$$\vec{E}_{j-1}^r = \vec{E}_{2j} \exp \left(-i \left(\frac{2\pi n_j x_{j-1}}{\lambda} + \beta_j \right) \right)$$

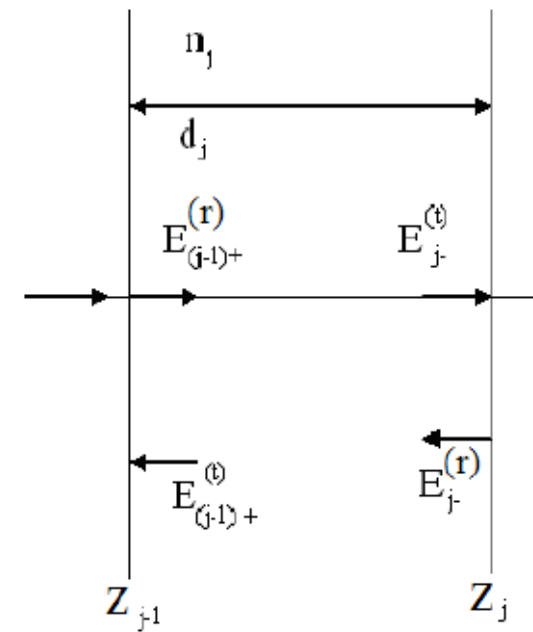


Рис. 2: Схематичное изображение волн в слое j

МЕТОД МАТРИЦ ПЕРЕНОСА

Матрица, связывающая компоненты электрического и магнитного векторов на границе j -го слоя, называется **характеристической**.

$$M = \begin{bmatrix} \cos(k_0 n_j x_j) & -\frac{i}{n_j} \sin(k_0 n_j x_j) \\ -i n_j \sin(k_0 n_j x_j) & \cos(k_0 n_j x_j) \end{bmatrix}$$

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим структуру, состоящую из нескольких слоёв, на которую нормально падает одномерный электромагнитный гауссов импульс:

$$E(x, t) = A e^{i(\omega t - kx)} e^{-\frac{t^2}{\sigma^2}}$$

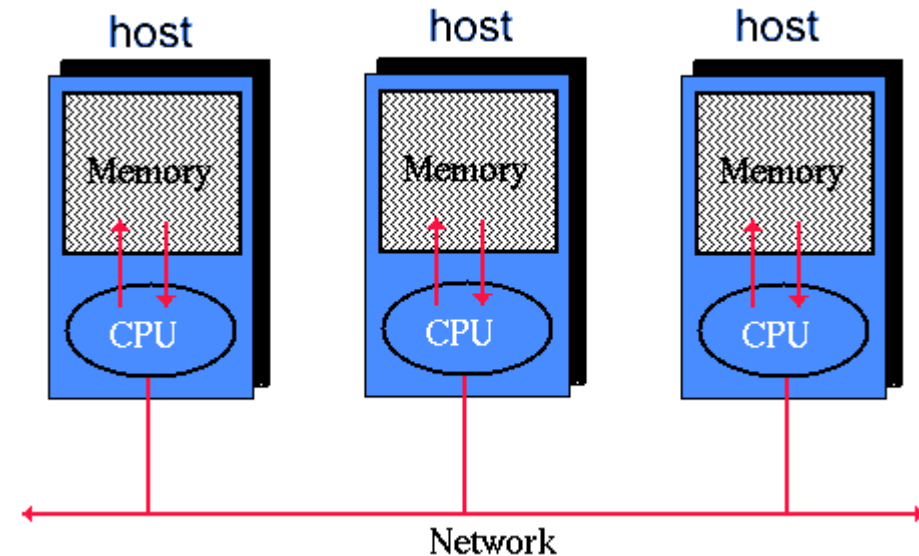
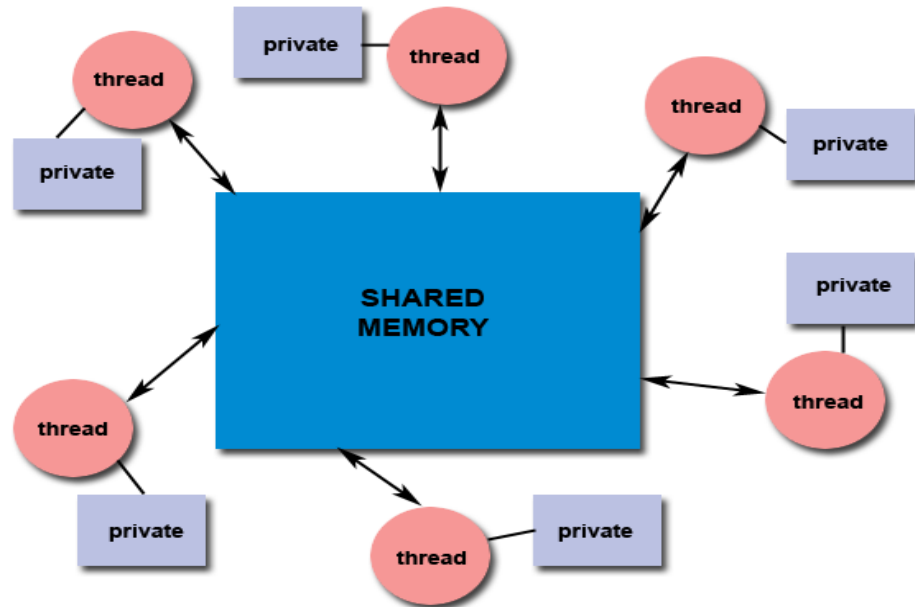
Задача: найти значения компонент векторов E и H данного импульса во всех точках структуры для различных моментов времени.

ОБЩАЯ СХЕМА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

$$\begin{bmatrix} E^j(t) \\ H^j(t) \end{bmatrix} = FT^{-1} \left(\left(\prod_{k=1}^j M^k \right)^{-1} FT \begin{bmatrix} E^0(t) \\ H^0(t) \end{bmatrix} \right)$$

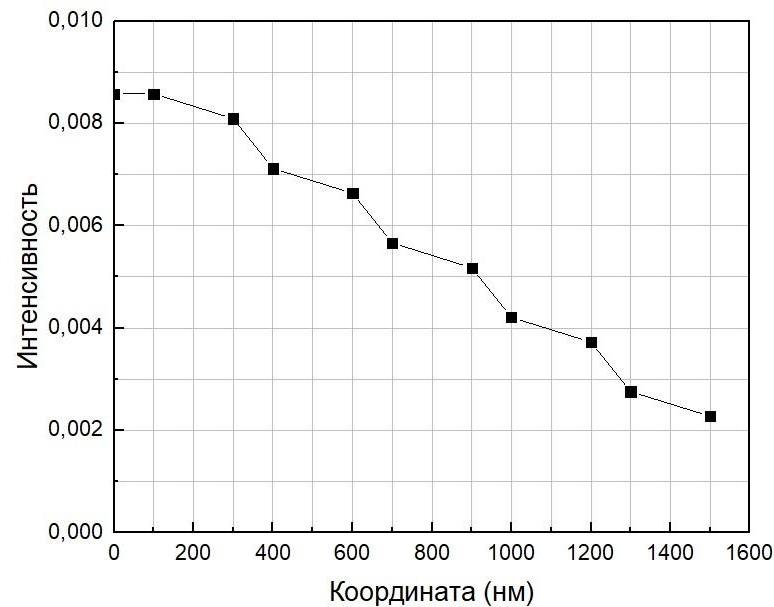
БИБЛИОТЕКА ПОДПРОГРАММ FFTW

FFTW позволяет использовать технологии параллельного программирования с помощью многопоточности (стандарт OpenMP) и распределения памяти (интерфейс MPI).

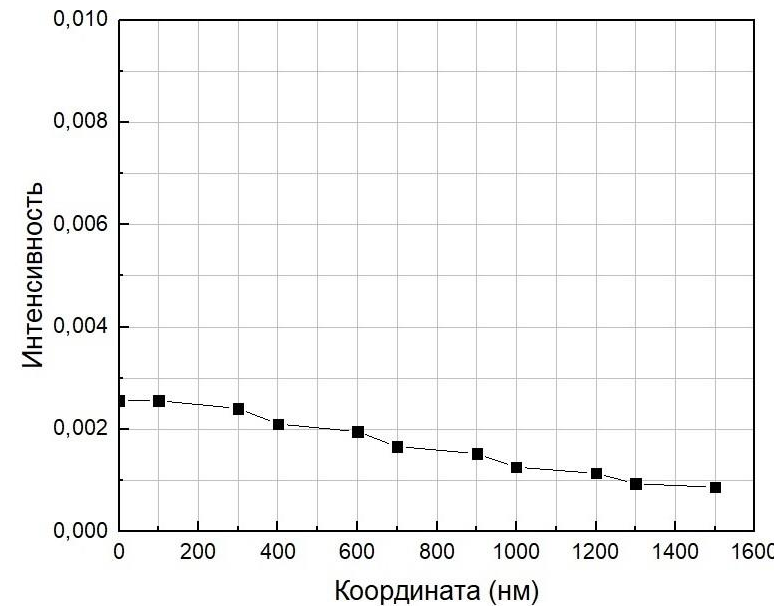


РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

Графики для импульса со следующими характеристиками: $A = 1$, $\sigma = 1$ пс, $\omega = 200$ рад/пс. Периодическая среда, толщина слоёв $d_1 = 100$ и $d_2 = 200$ нанометров, диэлектрические проницаемости $\varepsilon_1 = 16$ и $\varepsilon_2 = 4$

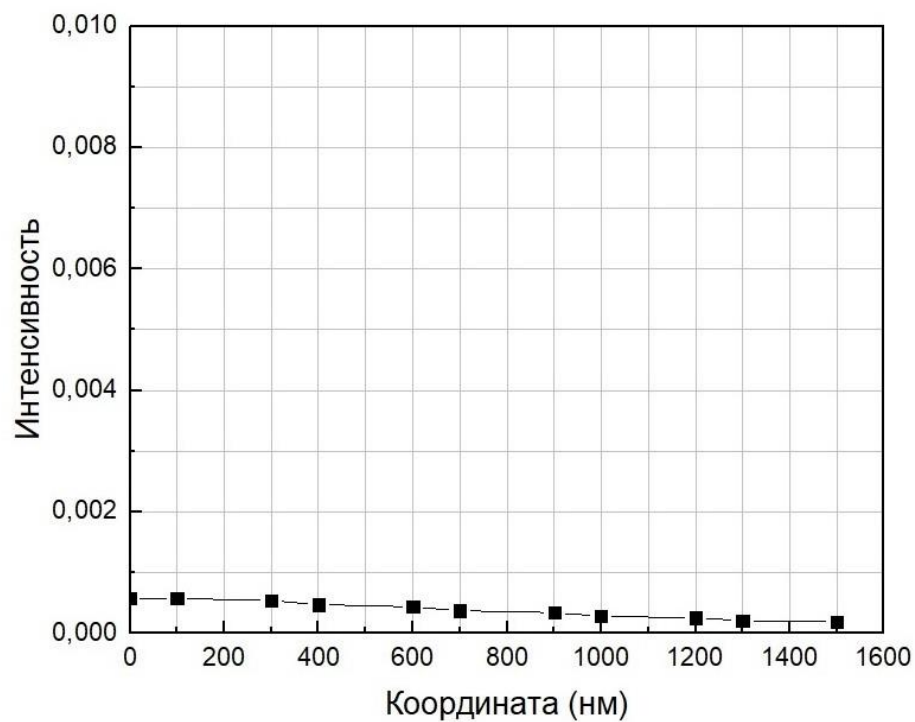


$t = 0$ ns

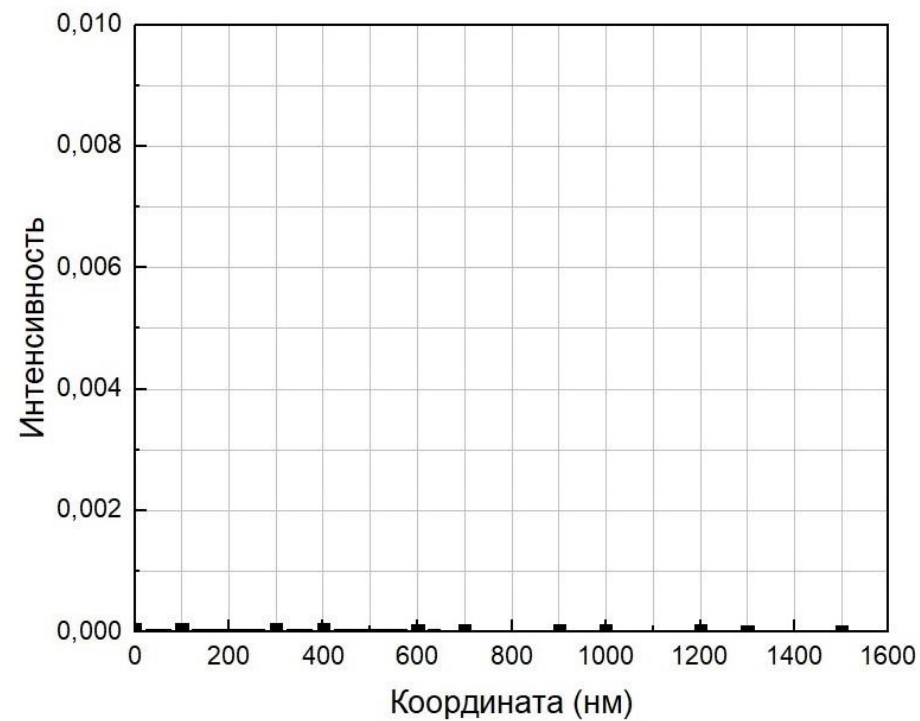


$t = 0.5$ ns

РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ



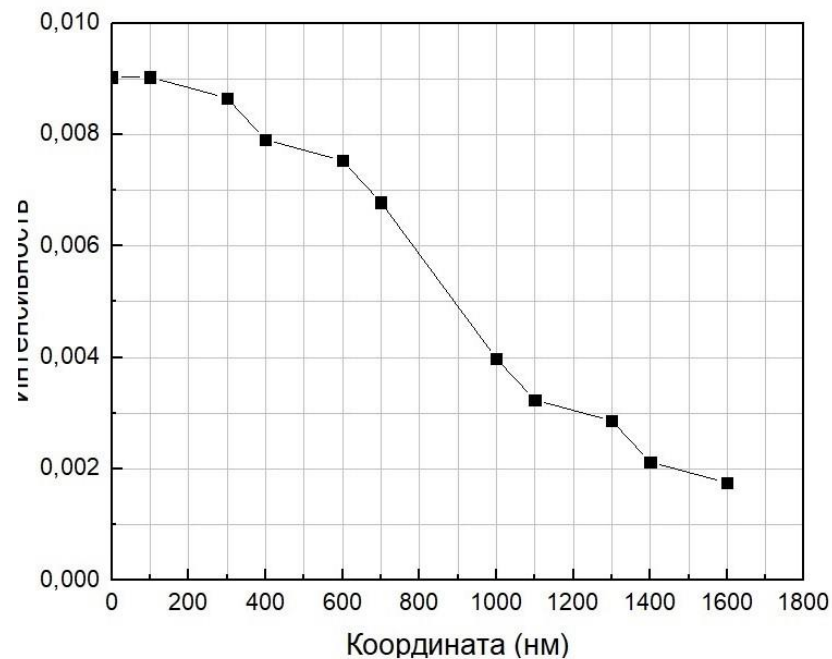
$t = 1 \text{ ns}$



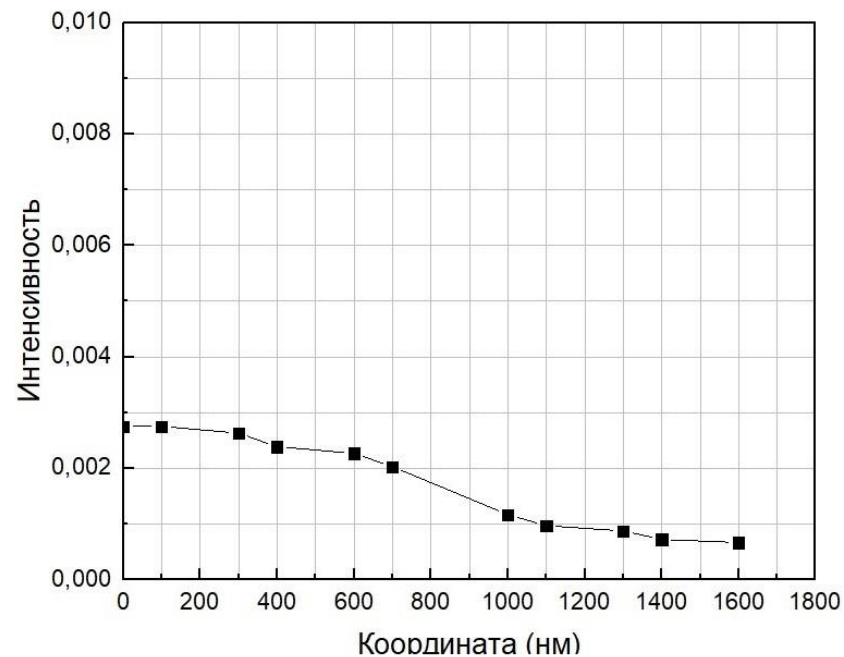
$t = 1.5 \text{ ns}$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

Замена шестого слоя в исходной структуре на слой шириной $d_3 = 300$ нанометров с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_3 = 20$.

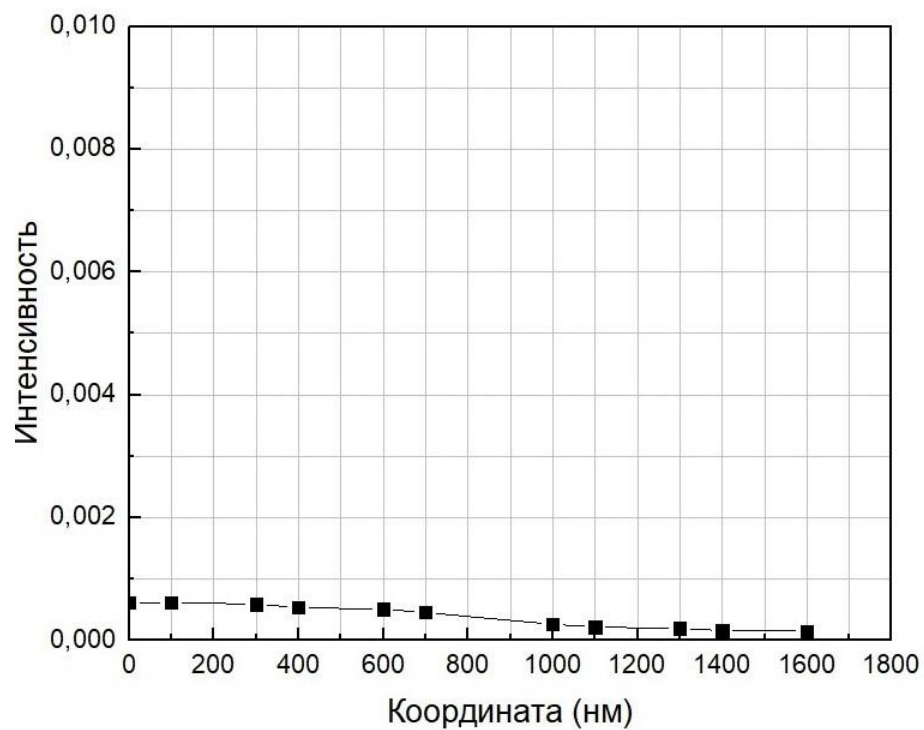


$t = 0 \text{ ns}$

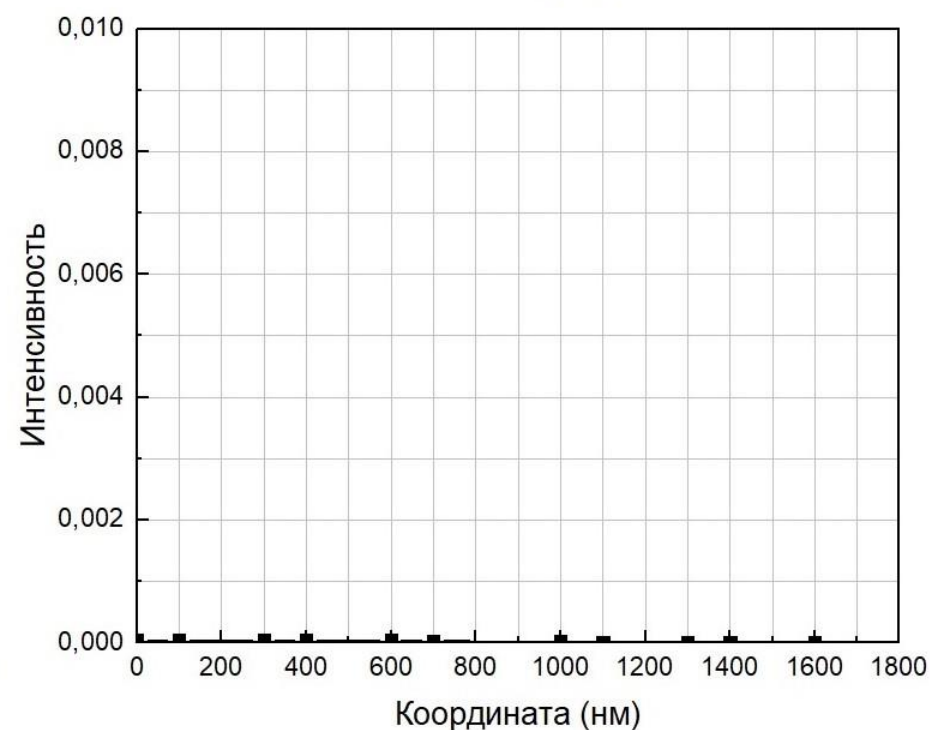


$t = 0.5 \text{ ns}$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

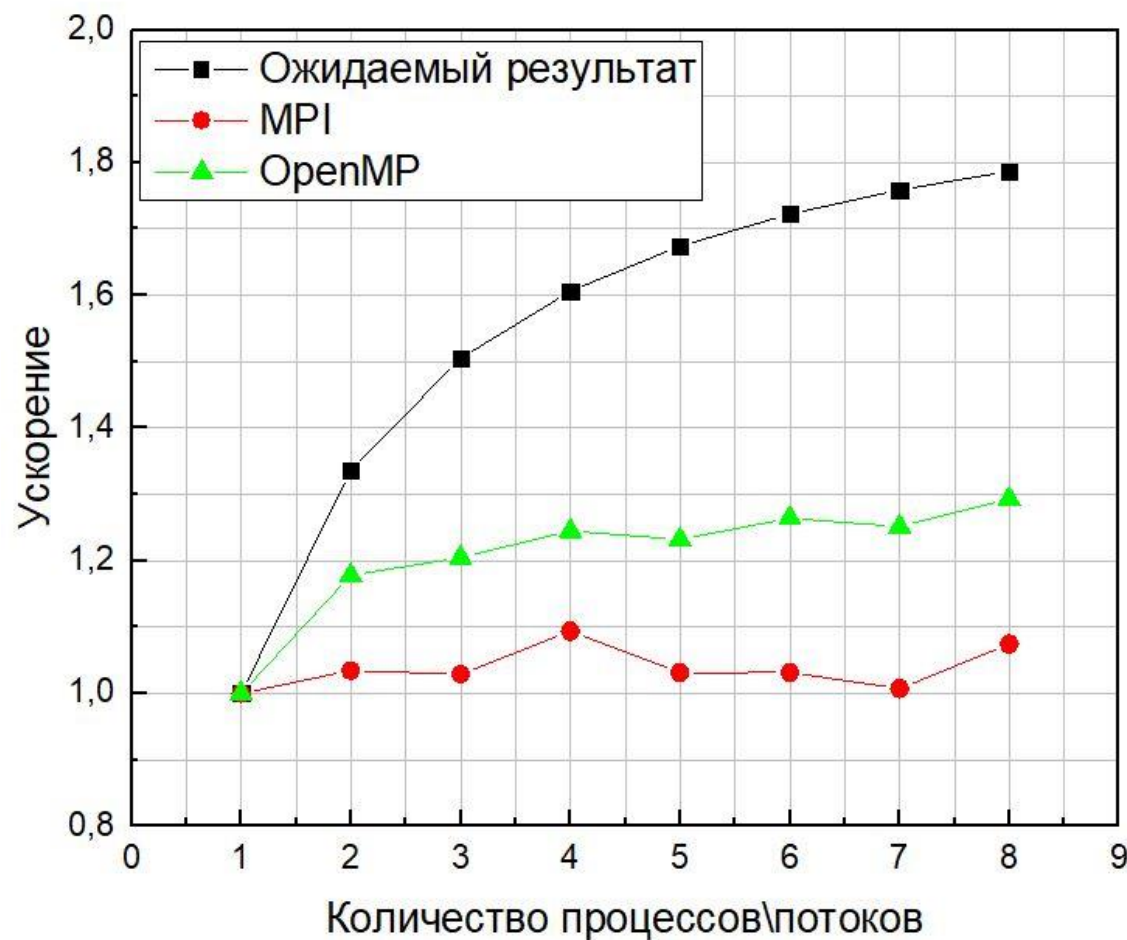


$t = 1 \text{ ns}$

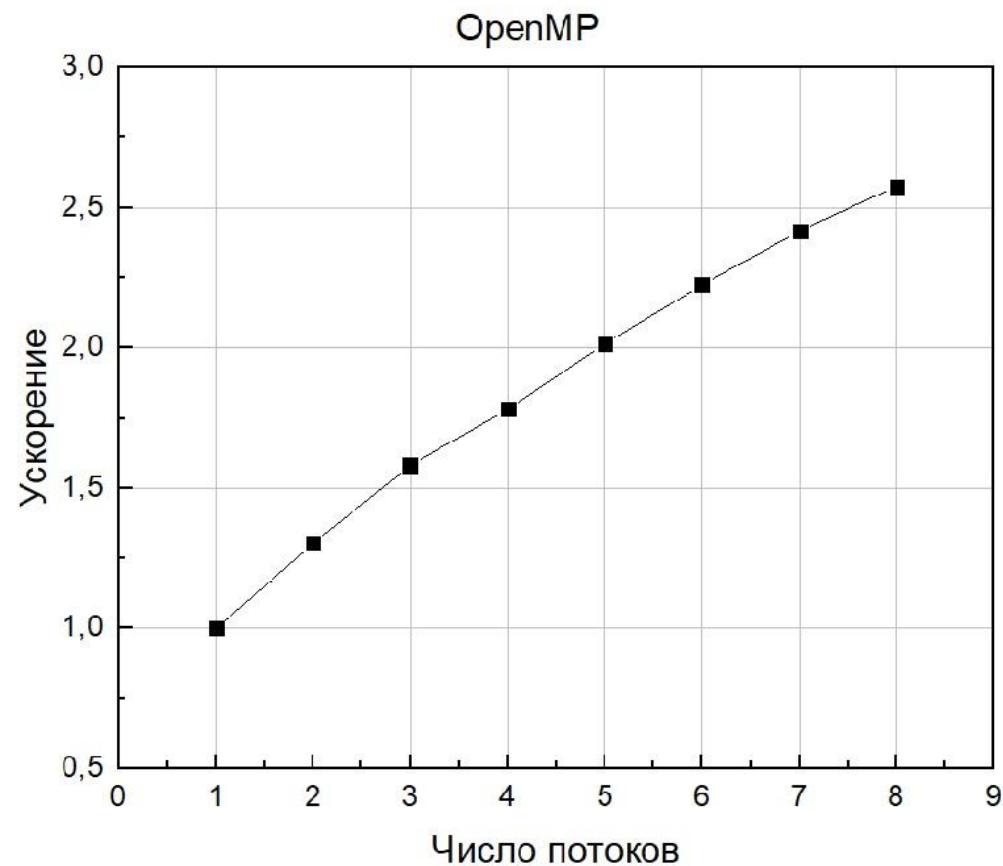
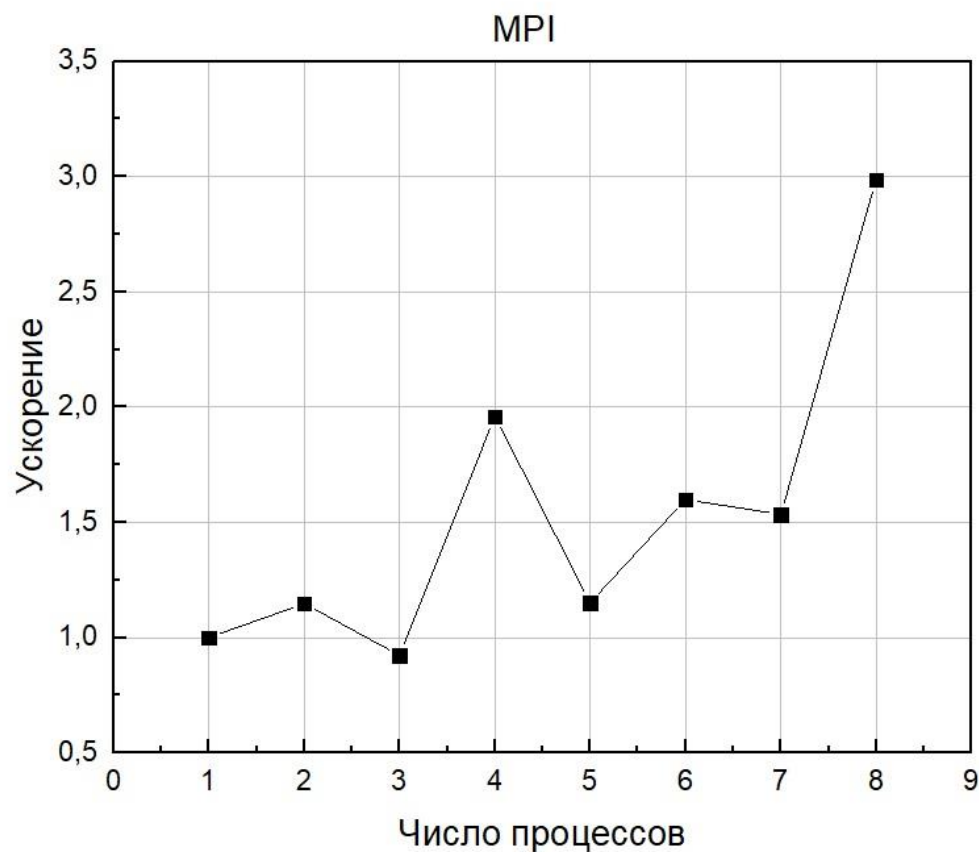


$t = 1.5 \text{ ns}$

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА



ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА



ВЫВОДЫ

Проанализировав графики, получаем:

1. С распространением в структуре, по сравнению с распространением в воздухе, интенсивность импульса значительно уменьшается.
2. Характер изменения зависит от таких характеристик, как диэлектрическая проницаемость поля и его толщина.
3. Значения интенсивности уменьшается с течением времени, что согласуется с ожидаемыми результатами

Так как большую часть программы (50%) составляют последовательно выполняемые операции, и из-за низкой эффективности параллельного одномерного преобразования библиотеки FFTW **не удалось получить значительного ускорения работы программы.**



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!